



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ГЕОДЕЗИИ И
КАРТОГРАФИИ» (МИИГАИК)

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 5387FD2AF5B17FED816FDE9A1D4973B1
Владелец: Степанченко Алексей Леонидович
Действителен: с 21.07.2025 до 14.10.2026

«УТВЕРЖДАЮ»
Проректор по учебной работе

_____/А.Л. Степанченко/

“29” августа 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.13.02 Математика

(шифр и название дисциплины)

направление подготовки

_____**21.03.02 Землеустройство и кадастры**
(шифр и название направления подготовки)

специализация

_____**Земельно-имущественные правоотношения**

уровень высшего образования

_____**бакалавриат**

(бакалавриат, специалитет, магистратура)

квалификация

_____**бакалавр**

(название)

Москва

2024

Разработана на кафедре высшей математики ФГБОУ ВО «Московский государственный университет геодезии и картографии» в соответствии со следующими нормативными документами:

– Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденный приказом Минобрнауки России от 05.04.2017 № 301.

– Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 07.08.2020г. N902.

Утверждена и введена с действие на заседании кафедры высшей математики от «26» августа 2024г., протокол №1.

Разработчик рабочей программы: Исакова О.В.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Планируемые результаты обучения по дисциплине, ее объем и место в структуре образовательной программы.....	4
2. Содержание и структура учебной дисциплины.....	6
3. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....	17
4. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.....	53
5. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины.....	54
6. Перечень ресурсов информационно-коммуникационной сети «интернет», необходимых для освоения дисциплины.....	54
7. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.....	55
8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.....	55

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, ЕЕ ОБЪЕМ И МЕСТО В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Цель учебной дисциплины заключается:

- в получении обучающимися теоретических знаний о закономерностях развития современного математического аппарата и его связи с профессиональной деятельностью, об основных направлениях развития современной математики,
- в формировании практических навыков и готовности к самостоятельной разработке и применению математического аппарата для решения практических задач профессиональной деятельности, построения математических моделей изучаемых процессов и явлений,
- в овладении навыками применения стандартных математических моделей и методов в профессиональной деятельности.

Задачи учебной дисциплины:

1. формирование понятийного аппарата и представлений о современных математических методах, применяемых при решении профессиональных задач;
2. освоение навыков использования математического аппарата: пределы, производные, интегралы, ряды, дифференциальные уравнения, случайные величины и их законы распределения, статистические модели, критерии согласия, интегральные преобразования;
3. получение компетенций в области применения математического аппарата для решения практических задач профессиональной деятельности, а также построения математических моделей изучаемых процессов и явлений;
4. формирование умений применять полученные знания в практической деятельности, решать практические задачи согласно выбранным математическому аппарату и моделям, описывающим решаемые профессиональные задачи.

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы приведен в таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция		Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций	
Код	Наименование		
УК-2	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	способен выбрать математический аппарат для решения поставленной задачи; способен самостоятельно принимать решения при выполнении профессиональных задач.	
		В области знания и понимания (А) - знать	
		Знать	о закономерностях современного математического аппарата и его связи с профессиональной деятельности; основные направления развития современной математики
		В области интеллектуальных навыков (В) - уметь	
		Уметь	применять математический аппарат для решения практических

Компетенция		Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций	
Код	Наименование		
			задач профессиональной деятельности; строить математические модели изучаемых процессов и явлений
		В области практических навыков (C) - владеть навыками	
		Владеть	основными методами разделов высшей математики; навыками применения стандартных математических моделей и методов
ОПК-1	Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области естественных наук и математики	способен четко формулировать основные положения изучаемой дисциплины; способен провести анализ выбранного математического аппарата и его корректности к решению профессиональных задач.	
		В области знания и понимания (A) - знать	
		Знать	о закономерностях развития современного математического аппарата и его связи с профессиональной деятельности; основные направления развития современной математики
		В области интеллектуальных навыков (B) - уметь	
		Уметь	применять математический аппарат для решения практических задач профессиональной деятельности; строить математические модели изучаемых процессов и явлений
		В области практических навыков (C) - владеть навыками	
		Владеть	основными методами разделов высшей математики; навыками применения стандартных математических моделей и методов
ОПК-2	Способен формулировать задачи профессиональной деятельности на основе знаний профильных разделов математических и естественнонаучных дисциплин (модулей)	Способен применить выбранный математический аппарат к решению профессиональной задачи; способен грамотно и аргументированно решить поставленную задачу.	
		В области знания и понимания (A) - знать	
		Знать	о закономерностях развития современного математического аппарата и его связи с профессиональной деятельности; основные направления развития современной математики
		В области интеллектуальных навыков (B) - уметь	
		Уметь	применять математический аппарат для решения практических задач профессиональной деятельности; строить математические модели изучаемых процессов и явлений
		В области практических навыков (C) - владеть навыками	
		Владеть	основными методами разделов высшей математики; навыками применения стандартных математических моделей и методов

1.2 Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Дисциплина «Математика» - фундаментальная естественно-научная дисциплина обязательной части (Б1.О.11.02) подготовки студентов по направлению 21.03.02 Землеустройство и кадастры по специальности «Земельно-имущественные правоотношения».

Дисциплина изучается на 1, 2-м курсах в 1, 2, 3, 4 семестрах.

Логическая и содержательная связь с предшествующими и последующими дисциплинами содержится в ниже представленной таблице:

Предшествующие дисциплины	Данная дисциплина	Последующие дисциплины
		Информатика
		Экономико-математические методы и модели в землеустройстве и

1.3 Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоёмкость дисциплины «Математика» составляет 12 зачётных единиц и 432 академических часа.

Объём дисциплины по видам учебных занятий (в часах)

Объём дисциплины	Всего часов
	очная форма обучения
Общая трудоёмкость дисциплины	432
Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	180
Аудиторная работа (всего):	180
в т. числе:	
Лекции	60
Семинары, практические занятия	120
Лабораторные работы	
Курсовое проектирование	
Самостоятельная работа обучающихся (всего**)	126
Контроль	126
Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет / экзамен)	зачет с оценкой/ экзамен

2. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Содержание учебной дисциплины

Содержание дисциплины включает следующие разделы и темы:

РАЗДЕЛ 1. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Тема 1. Функции одной переменной

1.1. Определение и способы задания

1.2. Основные свойства функций

1.3. Классификация функций

Тема 2. Пределы

2.1. Основные определения

2.2. Теоремы об арифметических свойствах пределов

2.3. Теоремы о существовании пределов

2.4. Первый замечательный предел

- 2.5. Определение предела числовой последовательности
- 2.6. Теорема Вейерштрасса и второй замечательный предел
- 2.7. Классификация бесконечно малых и бесконечно больших величин

Тема 3. Непрерывность функций

- 3.1. Непрерывность функции в точке и на интервале
- 3.2. Точки разрыва и их классификация
- 3.3. Теоремы о непрерывных функциях
- 3.4. Свойства функций, непрерывных на отрезке

РАЗДЕЛ 2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Тема 1. Производная и дифференциал

- 1.1. Определение производной
- 1.2. Дифференцируемость и дифференциал
- 1.3. Основные правила дифференцирования
- 1.4. Линеаризация функций

Тема 2. Производные и дифференциалы высших порядков

- 2.1. Производные высших порядков
- 2.2. Производные неявной и параметрически заданной функций
- 2.3. Дифференциалы высших порядков
- 2.4. Инвариантность дифференциала

Тема 3. Основные теоремы о дифференцируемых функциях

- 3.1. Теорема Ферма
- 3.2. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши
- 3.3. Правило Лопиталя

Тема 4. Исследование функций при помощи производных

- 4.1. Монотонность функций
- 4.2. Экстремумы функций
- 4.3. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба графика функции
- 4.4. Асимптоты графика функции
- 4.5. Общая схема исследования и построения графика функции
- 4.6. Задача о наибольшем и наименьшем значении функции на отрезке

РАЗДЕЛ 3. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Тема 1. Первообразная и неопределенный интеграл

- 1.1. Основные понятия
- 1.2. Свойства неопределенного интеграла
- 1.3. Таблица основных интегралов

Тема 2. Основные методы интегрирования

- 2.1. Непосредственное интегрирование
- 2.2. Метод замены переменной
- 2.3. Формула интегрирования по частям

Тема 3. Интегрирование рациональных функций

- 3.1. Общие сведения о рациональных функциях
- 3.2. Интегрирование простейших алгебраических дробей

3.3. Интегрирование рациональных дробей

Тема 4. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические и показательную функции

4.1. Интегрирование дифференциала $R(\sin x, \cos x)dx$

4.2. Интегрирование функций с использованием тригонометрических преобразований

4.3. Интегрирование рациональных выражений от e^x

Тема 5. Определенный интеграл и его свойства

5.1. Определенный интеграл как предел интегральной суммы

5.2. Геометрический смысл определенного интеграла

5.3. Основные свойства определенного интеграла

5.4. Вычисление определенного интеграла

Тема 6. Геометрические приложения определенного интеграла

6.1. Вычисление площадей в прямоугольных и полярных координатах

6.2. Длина дуги кривой

6.3. Объем тела

РАЗДЕЛ 4. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Тема 1. Векторы

1.1. Основные понятия

1.2. Линейные операции над векторами

1.3. Линейная зависимость векторов. Разложение вектора по базису

1.4. Проекция вектора на ось

1.5. Представление векторов в декартовой системе координат

Тема 2. Скалярное произведение

2.1. Определение и свойства скалярного произведения

2.2. Скалярное произведение в декартовых координатах

Тема 3. Векторное и смешанное произведение векторов

3.1. Определители второго и третьего порядков

3.2. Определение векторного произведения и его свойства

3.3. Векторное произведение в декартовых координатах

3.4. Смешанное произведение векторов и его свойства

3.5. Смешанное произведение в декартовых координатах

Тема 4. Элементы аналитической геометрии на плоскости

4.1. Прямая на плоскости

4.2. Кривые второго порядка

Тема 5. Плоскость и прямая в пространстве

5.1. Способы задания плоскости в пространстве

5.2. Взаимное расположение плоскостей

5.3. Способы задания прямой в пространстве

5.4. Взаимное расположение прямых в пространстве

5.5. Взаимное расположение прямой и плоскости

РАЗДЕЛ 5. ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ

Тема 1. Матрицы и определители

- 1.1. Понятие матрицы
- 1.2. Линейные операции над матрицами
- 1.3. Понятие определителя
- 1.4. Свойства определителей и основные методы их вычисления

Тема 2. Системы линейных уравнений

- 2.1. Обратная матрица и ее отыскание
- 2.2. Правило Крамера
- 2.3. Понятие системы линейных уравнений и ее решения
- 2.4. Ранг матрицы. Условие совместности системы линейных уравнений
- 2.5. Построение решения линейной системы
- 2.6. Однородные системы линейных уравнений
- 2.7. Метод Гаусса

РАЗДЕЛ 6. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Тема 1. Функции нескольких переменных

- 1.1. Основные понятия
- 1.2. Предел и непрерывность функции нескольких переменных

Тема 2. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных

- 2.1. Частные производные первого порядка
- 2.2. Дифференцируемость и полный дифференциал
- 2.3. Применение полного дифференциала в приближенных вычислениях
- 2.4. Частные производные и дифференциалы высших порядков

Тема 3. Дифференцирование сложных и неявных функций

- 3.1. Производная сложной функции
- 3.2. Инвариантность формы дифференциала первого порядка
- 3.3. Дифференцирование неявно заданной функции

Тема 4. Геометрические приложения частных производных

- 4.1. Касательная плоскость и нормаль к поверхности
- 4.2. Формула Тейлора
- 4.3. Локальный экстремум функции нескольких переменных
- 4.4. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой ограниченной области

РАЗДЕЛ 7. КРАТНЫЕ И КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

Тема 1. Двойной интеграл

- 1.1. Двойной интеграл, его геометрический смысл и свойства
- 1.2. Вычисление двойного интеграла в прямоугольных декартовых координатах
- 1.3. Замена переменных в двойном интеграле
- 1.4. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах
- 1.5. Приложения двойных интегралов

Тема 2. Криволинейные интегралы

- 2.1. Криволинейные интегралы первого рода, их свойства и способы вычисления
- 2.2. Криволинейные интегралы второго рода, их свойства и способы вычисления. Условие независимости от пути интегрирования
- 2.3. Формула Грина

2.4. Приложения криволинейных интегралов

РАЗДЕЛ 8. РЯДЫ

Тема 1. Числовые ряды

1.1. Основные понятия. Необходимый признак сходимости

1.2. Признаки сходимости знакоположительных числовых рядов

1.3. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница

Тема 2. Функциональные ряды

2.1. Понятие функционального ряда. Область сходимости

2.2. Степенные ряды. Теорема Абеля

2.3. Ряды Тейлора и Маклорена.

2.4. Приближенные вычисления с применением степенных рядов

2.5. Ряды Фурье

РАЗДЕЛ 9. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка

1.1. Основные понятия

1.2. Уравнения, интегрируемые в квадратурах

Тема 2. Дифференциальные уравнения второго и более высоких порядков

2.1. Основные понятия

2.2. Уравнения, допускающие понижение порядка

2.3. Теория решений линейных уравнений второго порядка

2.4. Теория решений линейных уравнений с постоянными коэффициентами второго и более высоких порядков. Метод вариации произвольных постоянных.

Тема 3. Системы линейных дифференциальных уравнений.

2.2 Структура учебной дисциплины

Таблица 2.1 – Структура учебной дисциплины для очной формы обучения

Названия содержательных разделов и тем учебной дисциплины	Количество часов					Компетенци и	Признак компетенци и	
	Очная							
	всего	в том числе						
лек .		пр.	лаб .	инд .	СР С			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
семестр 1								
РАЗДЕЛ 1. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ Тема 1. Функции одной переменной Тема 2. Пределы Тема 3. Непрерывность функций	24	4	8			12	УК-2, ОПК-1, ОПК-2	А-1,2,3, В-1,2, С-1,2
		1	2			4		
		2	4			4		
		1	2			4		
РАЗДЕЛ 2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ Тема 1. Производная и дифференциал Тема 2. Производные и дифференциалы высших порядков Тема 3. Основные теоремы о дифференцируемых функциях	27	5	10			12	УК-2, ОПК-1, ОПК-2	А-1,2,3, В-1,2, С-1,2
		1	2			3		
		1	2			3		
		1	2			3		

Названия содержательных разделов и тем учебной дисциплины	Количество часов					Компетенци и	Признак компетенци и	
	Очная							
	всего	в том числе						
лек .		пр. .	лаб .	инд .	СР С			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Тема 4. Исследование функций при помощи производных		2	4			3		
РАЗДЕЛ 3. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ	30	6	12			12	УК-2, ОПК-1, ОПК-2	А-1,2,3, В-1,2, С-1,2
Тема 1. Первообразная и неопределенный интеграл		1	2			2		
Тема 2. Основные методы интегрирования		1	2			2		
Тема 3. Интегрирование рациональных функций		1	2			2		
Тема 4. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические и показательную функции		1	2			2		
Тема 5. Определенный интеграл и его свойства		1	2			2		
Тема 6. Геометрические приложения определенного интеграла		1	2			2		
ЗАЧЕТ С ОЦЕНКОЙ	27	15	30			36		
семестр 2								
РАЗДЕЛ 4. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ	48	10	20			18	УК-2, ОПК-1, ОПК-2	А-1,2,3, В-1,2, С-1,2
Тема 1. Векторы		2	4			3		
Тема 2. Скалярное произведение		2	4			3		
Тема 3. Векторное и смешанное произведение векторов		2	4			4		
Тема 4. Элементы аналитической геометрии на плоскости		2	4			4		
Тема 5. Плоскость и прямая в пространстве		2	4			4		
РАЗДЕЛ 5. ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ	24	5	10			9	УК-2, ОПК-1, ОПК-2	А-1,2,3, В-1,2, С-1,2
Тема 1. Матрицы и определители		2	4			4		
Тема 2. Системы линейных уравнений		3	6			5		
ЭКЗАМЕН	36	15	30			27		
семестр 3								
РАЗДЕЛ 6. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ	44	8	16			20	УК-2, ОПК-1, ОПК-2	А-1,2,3, В-1,2, С-1,2
Тема 1. Функции нескольких переменных		2	4			5		
Тема 2. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных		2	4			5		
Тема 3. Дифференцирование сложных и неявных функций		2	4			5		
Тема 4. Геометрические приложения частных производных		2	4			5		
РАЗДЕЛ 7. КРАТНЫЕ И КРИВОЛИНЕЙНЫЕ	37	7	14			16	УК-2, ОПК-1, ОПК-2	А-1,2,3, В-1,2, С-1,2

Названия содержательных разделов и тем учебной дисциплины	Количество часов					Компетенци и	Признак компетенци и	
	Очная							
	всего	в том числе						
лек ·		пр.	лаб ·	инд ·	СР С			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
ИНТЕГРАЛЫ		4	8			8		
Тема 1. Двойной интеграл		3	6			8		
Тема 2. Криволинейные интегралы								
ЗАЧЕТ С ОЦЕНКОЙ	27	15	30			36		
семестр 4								
РАЗДЕЛ 8. РЯДЫ	30	6	12			12	УК-2, ОПК-1, ОПК-2	А-1,2,3, В-1,2, С-1,2
Тема 1. Числовые ряды		3	6			6		
Тема 2. Функциональные ряды		3	6			6		
РАЗДЕЛ 9. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ	42	9	18			15	УК-2, ОПК-1, ОПК-2	А-1,2,3, В-1,2, С-1,2
Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка		3	6			5		
Тема 2. Дифференциальные уравнения второго и более высоких порядков		3	6			5		
Тема 3. Системы линейных дифференциальных уравнений		3	6			5		
ЭКЗАМЕН	36	15	30			27		
Всего часов	432	60	120			126		

Таблица 2.2 – Структура учебной дисциплины для заочной формы обучения
Заочное обучение не предусмотрено.

2.3 Распределение контактной работы

Распределение контактной работы по видам занятий приведено в таблицах 2.3.-2.4.

Таблица 2.3 – Лекции, их содержание и объем в часах

Номер раздела	Номер лекции	Наименование темы Содержание лекции	Очная ФО	
			Объем	Семестр
1	2	3	4	5
P.1	Л.1 Л.2 Л.3	РАЗДЕЛ 1. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ Тема 1. Функции одной переменной Тема 2. Пределы Тема 3. Непрерывность функций	4 1 2 1	1
P.2	Л.4 Л.4 Л.5 Л.5	РАЗДЕЛ 2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ Тема 1. Производная и дифференциал Тема 2. Производные и дифференциалы высших порядков Тема 3. Основные теоремы о дифференцируемых функциях Тема 4. Исследование функций при помощи производных	5 1 1 1 2	1

Номер раздела	Номер лекции	Наименование темы Содержание лекции	Очная ФО	
			Объем	Семестр
1	2	3	4	5
P.3	Л.6 Л.6 Л.7 Л.7 Л.8 Л.8	РАЗДЕЛ 3. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ Тема 1. Первообразная и неопределенный интеграл Тема 2. Основные методы интегрирования Тема 3. Интегрирование рациональных функций Тема 4. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические и показательную функции Тема 5. Определенный интеграл и его свойства Тема 6. Геометрические приложения определенного интеграла	6 1 1 1 1 1	1
P.4	Л.9 Л.10 Л.11 Л.12 Л.13	РАЗДЕЛ 4. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ Тема 1. Векторы Тема 2. Скалярное произведение Тема 3. Векторное и смешанное произведение векторов Тема 4. Элементы аналитической геометрии на плоскости Тема 5. Плоскость и прямая в пространстве	10 2 2 2 2 2	2
P.5	Л.14 Л.15	РАЗДЕЛ 5. ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ Тема 1. Матрицы и определители Тема 2. Системы линейных уравнений	5 2 3	2
P.6	Л.16 Л.17 Л.18 Л.19	РАЗДЕЛ 6. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ Тема 1. Функции нескольких переменных Тема 2. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных Тема 3. Дифференцирование сложных и неявных функций Тема 4. Геометрические приложения частных производных	8 2 2 2 2	3
P.7	Л.20-21 Л.22-23	РАЗДЕЛ 7. КРАТНЫЕ И КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ Тема 1. Двойной интеграл Тема 2. Криволинейные интегралы	7 4 3	3
P.8	Л.24 Л.25	РАЗДЕЛ 8. РЯДЫ Тема 1. Числовые ряды Тема 2. Функциональные ряды	6 3 3	4
P.9	Л.26-27 Л.27-28 Л.29-30	РАЗДЕЛ 9. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка Тема 2. Дифференциальные уравнения второго и более высоких порядков Тема 3. Системы линейных дифференциальных уравнений	9 3 3 3	4
		ОБЩИЙ ЛЕКЦИОННЫЙ ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ	60	1, 2, 3, 4

Таблица 2.4 – Практические (или семинарские) занятия, их содержание и объем в часах

			Очная ФО
--	--	--	----------

		Содержание занятий	Объем	Семестр
	1	2	3	4
P.1	П.1 П.2-3 П.4	РАЗДЕЛ 1. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ Тема 1. Функции одной переменной Тема 2. Пределы Тема 3. Непрерывность функций	8 2 4 2	1
P.2	П.5 П.6 П.7 П.8-9	РАЗДЕЛ 2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ Тема 1. Производная и дифференциал Тема 2. Производные и дифференциалы высших порядков Тема 3. Основные теоремы о дифференцируемых функциях Тема 4. Исследование функций при помощи производных	10 2 2 2 4	1
P.3	П.10 П.11 П.12 П.13 П.14 П.15	РАЗДЕЛ 3. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ Тема 1. Первообразная и неопределенный интеграл Тема 2. Основные методы интегрирования Тема 3. Интегрирование рациональных функций Тема 4. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические и показательную функции Тема 5. Определенный интеграл и его свойства Тема 6. Геометрические приложения определенного интеграла	12 2 2 2 2 2 2	1
P.4	П.16-17 П.18-19 П.20-21 П.22-23 П.24-25	РАЗДЕЛ 4. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ Тема 1. Векторы Тема 2. Скалярное произведение Тема 3. Векторное и смешанное произведение векторов Тема 4. Элементы аналитической геометрии на плоскости Тема 5. Плоскость и прямая в пространстве	20 4 4 4 4 4	2
P.5	П.26-27 П.28-30	РАЗДЕЛ 5. ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ Тема 1. Матрицы и определители Тема 2. Системы линейных уравнений	10 4 6	2
P.6	П.31-32 П.33-34 П.35-36 П.37-38	РАЗДЕЛ 6. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ Тема 1. Функции нескольких переменных Тема 2. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных Тема 3. Дифференцирование сложных и неявных функций Тема 4. Геометрические приложения частных производных	16 4 4 4 4	3
P.7	П.39-42 П.43-45	РАЗДЕЛ 7. КРАТНЫЕ И КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ Тема 1. Двойной интеграл Тема 2. Криволинейные интегралы	14 8 6	3
P.8	П.46-48 П.49-51	РАЗДЕЛ 8. РЯДЫ Тема 1. Числовые ряды Тема 2. Функциональные ряды	12 6 6	4
P.9	П.52-54 П.55-57 П.58-60	РАЗДЕЛ 9. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка Тема 2. Дифференциальные уравнения второго и более высоких порядков Тема 3. Системы линейных дифференциальных уравнений	18 6 6 6	4
		Всего часов по дисциплине	120	1, 2, 3, 4

2.3 Распределение самостоятельной работы студентов

Распределение самостоятельной работы студентов ОФО представлено в виде таблицы 2.5.

СРС по дисциплине «Математика» включает подготовку к текущему контролю и к промежуточной аттестации.

Таблица 2.5 – График недельной загрузки СРС студента ОФО

1 семестр

№ недели	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого
Подготовка к лекциям	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15
Подготовка к практическим занятиям	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15
Подготовка к текущему контролю							2							2		4
Подготовка к промежуточной аттестации															2	2
Итого	2	2	2	2	2	2	4	2	2	2	2	2	2	4	4	36

2 семестр

№ недели	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	Итого
Подготовка к лекциям	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1	8
Подготовка к практическим занятиям	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15
Подготовка к текущему контролю							1							1		2
Подготовка к промежуточной аттестации															2	2
Итого	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	2,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	2,5	4	27

3 семестр

№ недели	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого
Подготовка к лекциям	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15
Подготовка к практическим занятиям	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15
Подготовка к текущему контролю							2							2		4
Подготовка к промежуточной аттестации															2	2
Итого	2	2	2	2	2	2	4	2	2	2	2	2	2	4	4	36

4 семестр

№ недели	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	Итого
Подготовка к лекциям	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1	8
Подготовка к практическим занятиям	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15
Подготовка							1							1		2

к текущему контролю																	
Подготовка к промежуточной аттестации																2	2
Итого	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	2,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	2,5	4	27

Таблица 2.6 – График недельной загрузки СРС студента ЗФО

Заочное обучение не предусмотрено.

2.4. Распределение интерактивных видов занятий

Очная форма обучения.

Объем интерактивных занятий – 46 часов.

Таблица 2.7 – Распределение интерактивных занятий студента ОФО

семестр 1

№ недели	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Всего
Лекции	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Практические занятия	0,5	0,5	0,5	0,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13
Всего	0,5	0,5	0,5	0,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13

семестр 2

№ недели	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	Всего
Лекции	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Практические занятия	0,5	0,5	0,5	0,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13
Всего	0,5	0,5	0,5	0,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13

семестр 3

№ недели	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Всего
Лекции	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Практические занятия	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1	1	1	1	1	10
Всего	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1	1	1	1	1	10

семестр 4

№ недели	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	Всего
Лекции	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Практические занятия	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1	1	1	1	1	10
Всего	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1	1	1	1	1	10

Характеристика интерактивных видов занятий

Интерактивные методы на практических занятиях:

Работа в малых группах, коллективный (многостороннее взаимодействие в форме группового общения, в котором принимает участие каждый студент на практическом занятии); коллективно-групповой (работа малых групп соединяется с работой всех присутствующих на семинарском занятии).

Интерактивные методы в самостоятельной работе:

Метод обучения в парах (спарринг-партнерство).

3. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Таблица 3.1 – Перечень вопросов и задач для видов контроля

Наименование раздела	Перечень вопросов и задач
РАЗДЕЛ 1. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ Тема 1. Функции одной переменной Тема 2. Пределы Тема 3. Непрерывность функций	1. Найдите область определения функции $y = \lg\left(\frac{x-5}{x^2-10x+24}\right) - \sqrt[3]{x+5}.$ 2. Определите, является ли данная функция $y = 7 \sin 3x + \cos 3x$ периодической, и найдите ее наименьший положительный период, если он существует. 3. Определите, является ли данная функция $y = x+15 - x-15$ четной, нечетной или функцией общего вида. 4. Найдите множество значений функции $y = \sqrt{2+x-x^2}$. 5. Постройте графики функций $y = 2x+1 + x-1$, $y = \arcsin 2 x - \frac{\pi}{2}$. 6. Исходя из определения предела числовой последовательности, докажите, что $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 + n + 1}{2n^2 + n + 1} = \frac{3}{2}$. 7. Найдите $\inf\{x_n\}$, $\sup\{x_n\}$, $\overline{\lim}_{n \rightarrow +\infty} x_n$ и $\underline{\lim}_{n \rightarrow +\infty} x_n$, если $\{x_n\} = \left\{(-1)^{n+1} \left(\frac{1+3n}{n}\right) \mid n \in \mathbb{N}\right\}$. 8. Найдите частичные пределы последовательности $\{x_n\} = \left\{3^{(-1)^n n} \mid n \in \mathbb{N}\right\}$. 9. Вычислите пределы: а) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2n^2 + n + 5}{2n^2 + n + 1}\right)^{3n^2}$; б) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^5+3} + \sqrt{n-2}}{\sqrt[4]{n^4+2} - \sqrt{n-2}}$; в) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2+4n^2}{5+8n^2}\right)^{\frac{n+1}{2}}$; г) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(1+3n)^3 - 27n^3}{(1+4n)^2 + 2n^2}$; д) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3(n+2)! - (n+1)n!}{n(n+1)!}$; е) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4^{2n+1} + 2^{2n}}{2^{2n+3} - 5^{2n}}$; ё) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n\sqrt[3]{3n+4} - \sqrt[3]{3(n^2+1)^2}}{1 + \sqrt[3]{n+2}}$; ж) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2+4+6+\dots+2n}{1+3+5+\dots+(2n-1)}$; з) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2+4+6+\dots+2n}{1+3+5+\dots+(2n-1)}$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[4]{n^3} \cos n}{n+5}; \text{ и) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} + \dots + \frac{n}{5^n} \right).$$

10. Сформулируйте с помощью неравенств утверждения:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = A$ и $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$. Поясните их геометрический смысл.

11. Исходя из определения предела функции, докажите, что

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 11x + 15}{x+3} = -1.$$

12. Вычислите пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 2x + 1}}{2x - 1}$; в)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 1}{x^4 - x^2 + x + 12}; \text{ г) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}; \text{ д) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 5x + 6} - x); \text{ е) }$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 5x}{\sin 3x}; \text{ ё) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - x + 1}{2x^2 + 1} \right)^{x+2}; \text{ ж) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 2x}{\ln \cos 5x}; \text{ з) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 + \sin 3x - \cos 3x}; \text{ и) }$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sin \frac{x-2}{2} \operatorname{tg} \frac{\pi x}{4}.$$

13. Вычислите пределы, используя эквивалентные бесконечно

$$\text{малые: а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \operatorname{tg}^2 3x}{2x \arcsin x}; \text{ б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \left(\frac{\sin x}{2} + 1 \right)}{e^{3x} - 1}; \text{ в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 5x}{7^x - e^{-x}}; \text{ г) }$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{\sin x} - 1}{\ln(1 + \operatorname{arctg} 6x)}; \text{ д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x \cdot (e^{\sin 3x} - 1)}{\sqrt{1 - \cos x} (\sqrt{1 + x} - 1)}; \text{ е) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\ln x}; \text{ ё) }$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{1 + \cos 2\pi x}{\operatorname{tg}^2 2\pi x}; \text{ ж) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin 3\pi x}{\sin 8\pi x}; \text{ з) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \sin x \cos 3x}{1 + \sin x \cos 2x} \right)^{\frac{1}{\sin^3 x}}; \text{ и) }$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x (\ln(x+3) - \ln x).$$

14. Исходя из определения односторонних пределов функции,

докажите, что $\lim_{x \rightarrow 0-} 2^{\frac{1}{x}} = 0$.

15. Вычислите пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 0 \pm} \frac{1}{2 - 5^{\frac{1}{x}}}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1 \pm} \frac{x^2 - 1}{|x - 1|}$; в) $\lim_{x \rightarrow 1 \pm} \operatorname{arctg} \frac{1}{1 - x}$;

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 2 \pm} f(x), \text{ если } f(x) = \begin{cases} |x-1| - 1, & \text{при } x \leq 2, \\ \frac{x^2 - 2x}{x-2}, & \text{при } x > 2; \end{cases} \text{ д) } \lim_{x \rightarrow 0 \pm} f(x), \text{ если}$$

	$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & \text{при } x < 0, \\ \sin x, & \text{при } x > 0. \end{cases}$ 16. Исследуйте данные функции на непрерывность, найдите точки разрыва, установите их род, найдите скачки в точках разрыва первого рода, доопределите функцию по непрерывности в точках устранимого разрыва: а) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$; б) $f(x) = \operatorname{arccotg} \frac{1}{x}$; в) $f(x) = \begin{cases} x , & \text{при } x < 2, \\ x + 2, & \text{при } x \geq 2; \end{cases}$ г) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & \text{при } x \neq 0, \\ 2, & \text{при } x = 0; \end{cases}$ д) $f(x) = \frac{\sin x }{x} e^{\frac{1}{\pi-x}}.$
РАЗДЕЛ 2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ Тема 1. Производная и дифференциал Тема 2. Производные и дифференциалы высших порядков Тема 3. Основные теоремы о дифференцируемых функциях Тема 4. Исследование функций при помощи производных	1. Найдите производную функции $y = \lg \left(\frac{x-5}{x^2-10x+24} \right) - \sqrt[3]{x+5}$. 2. Составьте уравнения касательной и нормали к графику заданных функций в точке $M_0 = (x_0, y_0)$, если: а) $y = \ln(\sin x + 2 \cos x)$, $x_0 = \frac{\pi}{4}$; б) $x^3 + 3xy^2 - \ln y = x + 3$, $x_0 = 1, y_0 = 1$; в) $x = 2t + t^2$, $y = 3t + t^3$, $t_0 = 1$. 3. Вычислите пределы, используя правило Лопиталя: а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1 + \ln x}{7^x - 7}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x-2)}{\ln(e^x - e^2)}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \arcsin x \cdot \operatorname{ctg} x$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}$; д) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\pi - 2 \operatorname{arctg} x}{e^{\frac{3}{x}} - 1}$; е) $\lim_{x \rightarrow 0+} \sqrt[n]{x} \ln^m x$; ё) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{x}$; ж) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{2x-\pi}$; з) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-x^4} - \sqrt[3]{x}}{1 - \sqrt[4]{x^3}}$; и) $\lim_{x \rightarrow 3} \sin(x-3) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}$. 4. Исследуйте функцию $y = \frac{4x}{x^2 + 4}$ на экстремум. 5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2 \sin x + \cos 2x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. 6. Найдите точки перегиба функции $f(x) = x e^{-\frac{1}{x^2}}$. 7. Найдите асимптоты графика функции $f(x) = \ln(4 - x^2)$.

	8. Исследуйте функцию $y = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}$ и постройте ее график. 9. Вычислите: а) $\cos 46^\circ 15'$; б) $\sqrt{16,28}$.
РАЗДЕЛ 3. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ Тема 1. Первообразная и неопределенный интеграл Тема 2. Основные методы интегрирования Тема 3. Интегрирование рациональных функций Тема 4. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические и показательную функции Тема 5. Определенный интеграл и его свойства Тема 6. Геометрические приложения определенного интеграла	Найдите следующие интегралы: 1. $\int \left(2 - x\sqrt[3]{x} + \frac{3}{x}\right) dx$; $\int \frac{(\sqrt{2x} - \sqrt[3]{3x})^2}{x} dx$; $\int \left(5^x - \frac{1}{x^3}\right) dx$; $\int (2 \operatorname{tg} x + 3 \operatorname{ctg} x)^2 dx$. 2. $\int x\sqrt[3]{6x^2+1} dx$; $\int x e^{-2x^2} dx$; $\int \frac{\sqrt{\ln 2x+3}}{x} dx$; $\int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt[5]{\cos^2 2x}}$. 3. $\int \frac{dx}{x^2-6x}$; $\int \frac{(4-3x)dx}{5x^2+6x+18}$; $\int \frac{dx}{\sqrt{4-6x-3x^2}}$; $\int \frac{x dx}{\sqrt{2-11x+3x^2}}$. 4. $\int \frac{e^{\frac{x}{2}} dx}{\sqrt{16-e^x}}$; $\int \frac{dx}{e^{2x}+1}$; $\int \frac{dx}{x\sqrt{4x+x^2-1}}$; $\int \frac{dx}{(x-2)\sqrt{2x+x^2}}$. 5. $\int (3x-x^2)\cos 2x dx$; $\int x^2 \ln^2(x+1) dx$; $\int \frac{x^2 dx}{e^{2x}}$; $\int (e^{2x}+4)\sin 3x dx$; $\int \arcsin(3x+1) dx$. 6. $\int \frac{x^5+2x^4-2x^3+5x^2-7x+9}{x(x+3)(x-1)} dx$; $\int \frac{2x^3+x+1}{x^3(x+1)} dx$; $\int \frac{2x^3+7x^2+7x+9}{(x^2+x+1)(x^2+x+2)} dx$; $\int \frac{(2x+5)dx}{(x^2+3x)(x^2+x+1)}$. 7. $\int \frac{\cos x - \sin x}{(1+\sin x)^2} dx$; $\int \cos^5 x \sin^2 x dx$; $\int \frac{4 \operatorname{tg} x - 5}{4 \cos^2 x - \sin 2x + 1} dx$; $\int \sin 3x \sin 7x \cos 7x dx$. 8. $\int \frac{\sqrt[3]{x^2} - 5\sqrt{x}}{2\sqrt[6]{x^2} + 4} dx$; $\int \frac{4 + \sqrt[3]{\frac{x-1}{2}}}{x-1 + \sqrt[3]{\left(\frac{x-1}{2}\right)^2}} dx$; $\int \frac{(12x^3+5x^2-2)dx}{\sqrt{x^2+5x+4}}$; $\int \sqrt{16-x^2} dx$. 9. Исходя из определения определенного интеграла, вычислите $\int_{-1}^2 x^2 dx$. 10. Вычислите следующие интегралы:

	а) $\int_1^5 \cos 5x dx$; $\int_0^9 e^{\frac{8x}{9}} dx$; $\int_0^{\sqrt{3}} x\sqrt{1+x^2} dx$; $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$; б) $\int_{-3}^1 (4-x)\cos \frac{x}{3} dx$; $\int_2^5 \ln \frac{x}{2}(3x+2) dx$; $\int_0^1 (5-2x)e^{-\frac{x}{2}} dx$; $\int_0^1 x \cdot \operatorname{arctg} x dx$; в) $\int_0^1 \frac{3x^4+3x^2+1}{x^2+1} dx$; $\int_2^3 \frac{2x^2+4}{x^3-x^2-x+1} dx$; $\int_0^2 \frac{dx}{(x+1)(x^2+4)}$; $\int_4^5 \frac{dx}{(x-1)(x+2)}$; г) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2+2x+3}$; $\int_3^5 \frac{x^2 dx}{\sqrt{8x-x^2-15}}$; $\int_4^5 \frac{xdx}{x^4-4x^2+3}$; $\int_{-\frac{1}{3}}^0 \frac{dx}{\sqrt{2-6x-9x^2}}$; д) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x+1} dx$; $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx$; $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{(1+\operatorname{tg} x) dx}{\sin 2x}$; $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \sin x \sin 3x dx$; е) $\int_0^{\ln 2} \frac{dx}{e^x(3+e^{-x})}$; $\int_3^8 \frac{1+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}-1} dx$; $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$; $\int_{-1}^1 \frac{xdx}{\sqrt{5-4x}}$. 11. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y^2 = x$. 12. Вычислите площадь фигуры, ограниченной астроидой $\begin{cases} x = \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t. \end{cases}$ 13. Вычислите площадь фигуры, ограниченной лемнискатой Бернулли $\rho = 3\sqrt{\cos 2\varphi}$. 14. Вычислите длину кривой $y = x^2$ на отрезке $[0; 2]$. 15. Вычислите длину одной арки циклоиды $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t. \end{cases}$ 16. Вычислите длину дуги кривой $\rho = 3 \cos \varphi$. 17. Вычислите объем тела, полученного вращением фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 4 - x$, $x = 0$, вокруг оси Oy.
РАЗДЕЛ 4. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ Тема 1. Векторы Тема 2. Скалярное произведение Тема 3. Векторное и смешанное произведение векторов Тема 4. Элементы	1. Пусть $A = (3, 4, -1)$, $B = (2, -4, 2)$, $C = (5, 6, 0)$, $D = (11, -3, -12)$ в некотором правом ортонормированном репере $(O, \bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$. а) Найдите координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{CD}$, их модули и направляющие косинусы. б) Найдите координаты векторов $\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{BC} + 4\overrightarrow{DA}$ и $7\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{DA}$.

- в) Найдите угол между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.
- г) Найдите проекцию вектора $\overrightarrow{AD}$ на вектор $\overrightarrow{AB}$.
- д) Найдите координаты точки M , делящей отрезок $[AB]$ в отношении 2:1.
- е) Докажите неколлинеарность векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ и вычислить площадь треугольника ABC .
- ё) Вычислите длину высоты треугольника ABC , опущенную из вершины A .
- ж) Докажите некомпланарность векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ и вычислить объем пирамиды $ABCD$.
- з) Вычислите площадь сечения, проходящего через ребро $[BC]$ и вершины A и D пирамиды $ABCD$.
- и) Вычислите длину высоты пирамиды $ABCD$, опущенную из вершины D .
2. Вычислите скалярное произведение $\left(\frac{1}{3}\overline{b} - 2\overline{a}\right) \cdot (2\overline{b} + 3\overline{a})$, $\text{pr}_{\overline{b}}(\overline{a} + 3\overline{b})$ и $\cos\left(\frac{\square}{\square}, 2\overline{b}\right)$, если $\overline{a} = -5\overline{m} - 6\overline{n}$, $\overline{b} = 2\overline{m} + 7\overline{n}$, $|\overline{m}| = 2$, $|\overline{n}| = 7$, $\left(\frac{\square}{\square}, \overline{n}\right) = \pi$.
3. Вычислите скалярное произведение $(\overline{b} + 2\overline{a}) \cdot (\overline{c} + \overline{a})$ и $\sin\left(\frac{\square}{\square}, \overline{c}\right)$, если $\overline{a} = 2\overline{i} - 2\overline{j} + \overline{k}$, $\overline{b} = \overline{j} + 3\overline{k}$, $\overline{c} = 3\overline{i} + \overline{j} - 2\overline{k}$ в каноническом базисе $e_0 = (\overline{i}, \overline{j}, \overline{k})$.
4. Вычислите модуль векторного произведения $[3\overline{a} - \overline{b}, 2\overline{c} + \overline{a}]$, если $\overline{a} = 2\overline{i} + 2\overline{j} - \overline{k}$, $\overline{b} = -\overline{j} - \overline{k}$, $\overline{c} = 5\overline{i} - 2\overline{k}$ в каноническом базисе $e_0 = (\overline{i}, \overline{j}, \overline{k})$.
5. Вычислите смешанное произведение $(\overline{a}, \overline{b} - 2\overline{c}, \overline{a} - \overline{c})$, если $\overline{a} = \overline{i} - \overline{j} + 2\overline{k}$, $\overline{b} = \overline{i} - \overline{j} + 3\overline{k}$, $\overline{c} = \overline{i} - 2\overline{j} - 2\overline{k}$ в каноническом базисе $e_0 = (\overline{i}, \overline{j}, \overline{k})$.
6. Пусть $A = (3, -1, 5)$, $B = (2, -1, 4)$, $C = (4, 0, 5)$, $D = (1, 0, 4)$ в

	некотором правом ортонормированном репере $(O, \bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$. а) Напишите уравнение плоскости (ABC). б) Напишите канонические уравнения прямой l, проходящей через точку D перпендикулярно плоскости (ABC). в) Напишите канонические уравнения прямой m, проходящей через точку D параллельно прямой (AB). г) Вычислите расстояние от точки D до плоскости (ABC). д) Вычислите расстояние от точки D до прямой (AB). е) Вычислите расстояние между прямыми l и (AB). ё) Напишите уравнение плоскости π, проходящей через точку D параллельно плоскости (ABC). ж) Напишите уравнение плоскости α, проходящей через точку D перпендикулярно плоскости (ABC). з) Напишите параметрические и канонические уравнения прямой пересечения плоскостей π и (ABD). и) Найдите угол между плоскостями π и (ABD). й) Найдите угол между прямыми l и (CD). к) Найдите угол между прямой (AB) и плоскостью (CBD). 7. Найдите координаты x_0, y_0 центра и радиус R окружности $x^2 + y^2 - 10x + 4y + 20 = 0$. В ответе укажите значение $x_0 + y_0 + R$.
РАЗДЕЛ 5. ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ Тема 1. Матрицы и определители Тема 2. Системы линейных уравнений	1. Вычислите $A + 3B - 10C$ и $A^T + 3B^T + C^T$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 7 \\ 7 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 3 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. 2. Вычислите $A \cdot B$, если: а) $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$; б) $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $B = (1 \ 2 \ 3)$; в) $A = (1 \ 2 \ 3)$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$; г) $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; д) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; е) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 5 \\ -3 & 0 & 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$; ё)

	$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & -4 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 6 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ -4 & -2 & -6 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \\ 6 & 3 & 9 & -3 \end{pmatrix}; \quad \text{ж) } A = \begin{pmatrix} \chi_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \chi_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \chi_n \end{pmatrix},$ $B = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}; \quad \text{з) } A = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \mu_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mu_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \mu_n \end{pmatrix}; \quad \text{и)}$ $A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix}.$ 3. Вычислите: а) $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^2 - (a+b) \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + (ad-bc) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$ б) $\left(\begin{pmatrix} 1001 & 1002 & 999 \\ 998 & 1001 & 1003 \\ 1003 & 1000 & 999 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -3 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & 3 & -5 \\ -6 & 6 & 8 \\ 3 & -6 & -5 \end{pmatrix} \right)^2;$ в) $\left(\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & -4 \\ 0 & 1 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right)^2 + 8 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right)^3;$ г) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 9 & 9 & 9 & 9 \\ 4 & 4 & 7 & 8 \\ 5 & 9 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 9 & 4 & 5 \\ 1 & 9 & 4 & 9 \\ 1 & 9 & 7 & 1 \\ 1 & 9 & 8 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$ 4. Вычислите значение многочлена $f(x)$ от матрицы A, если: а) $f(x) = x^2 + x + 2$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$; б) $f(x) = x^2 + 3x - 1$, $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -1 \\ 4 & 5 & 4 \\ -1 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$ 5. Найдите ранг матрицы: а) $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$; б) $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 7 \\ 3 & 3 & 6 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$; в) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 4 & -7 & 5 \end{pmatrix}.$ 6. Матричным методом найдите A^{-1}, если: а) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 7 \\ 1 & 0 & 1 \\ 9 & 7 & 1 \end{pmatrix}$; б)
--	---

	$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 9 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}; \text{ в) } A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$
	7. Решите матричное уравнение $AX = B$, если $A = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 4 \\ 5 & 5 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 5 & 5 \\ 4 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$
	8. Вычислите определители: а) $\begin{vmatrix} 9 & 12 \\ -2 & 15 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \end{vmatrix}$; $\begin{vmatrix} -3 & -5 & 4 & 7 \\ 9 & 8 & -5 & -8 \\ 3 & 2 & -3 & -4 \\ 6 & 7 & -2 & -5 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 7 & 9 \\ 31 & 23 & 55 & 42 \end{vmatrix}.$
	9. Вычислите определители: а) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 5 & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 4 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 6 & 5 & 4 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 2 & 6 & 7 & 3 \\ 2 & 7 & 5 & 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$; $\begin{vmatrix} 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 \\ 9 & 7 & 8 & 9 & 4 & 3 \\ 7 & 4 & 9 & 7 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & 6 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 8 & 0 & 0 \end{vmatrix}; \text{ в) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ x_1 & x_2 & \dots & \dots & x_n \\ x_1^2 & x_2^2 & \dots & \dots & x_n^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & \dots & \dots & x_n^{n-1} \end{vmatrix}.$
	10. Найдите присоединенную матрицу A^* и обратную A^{-1}, если: а) $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$; б) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; в) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; г) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
	11. Проверьте совместность системы уравнений $\begin{cases} 7x_1 + 4x_2 - x_3 = 13, \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -10, \end{cases}$ по теореме Кронекера-Капелли и определите ее тип.
	12. Матричным методом решите системы: а) $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 4; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 4; \end{cases}$

	$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = -2, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6; \end{cases} \text{ в) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8. \end{cases}$ 13. Методом Крамера решите системы: а) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = -3, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 3, \\ -x_1 - x_2 + 3x_3 = 2; \end{cases} \text{ б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6. \end{cases}$ 14. Методом Гаусса решите системы: а) $\begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 21, \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 10, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 8, \\ 3x_1 + 5x_2 + 1x_3 + x_4 = 15, \\ 7x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 18; \end{cases} \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 5x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 12x_1 + 14x_2 - 15x_3 + 23x_4 + 27x_5 = 5, \\ 16x_1 + 18x_2 - 22x_3 + 29x_4 + 37x_5 = 8, \\ 18x_1 + 20x_2 - 21x_3 + 32x_4 + 41x_5 = 9, \\ 10x_1 + 12x_2 - 16x_3 + 20x_4 + 23x_5 = 4; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 2x_5 = -2, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_5 = -3, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 10, \\ x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = -5, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 + 4x_5 = 1. \end{cases}$
РАЗДЕЛ 6. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ Тема 1. Функции нескольких переменных Тема 2. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных Тема 3. Дифференцирование сложных и неявных функций Тема 4. Геометрические приложения частных производных	1. Найдите и изобразите область определения функции $z = \sqrt{\sin \pi(x^2 + y^2)}$. 2. Вычислите: а) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1 - \cos(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)x^2y^2}$; б) $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{x^2 + x - 2y + 2}{-y^2 + 3x^2}$. 3. Найдите значения частных производных функции z до второго порядка включительно в точке $A = \left(\frac{1}{2}, 1\right)$, если $z = \sqrt{2xy + y^2}$. 4. Вычислите полные дифференциалы первого, второго и третьего порядков от функции $z = 5^{xy}$. 5. Заменяя приращение функции дифференциалом, приближенно вычислите $1,002 \cdot 2,003^2$. 6. Вычислите приближенное значение функции $z = 2xy - 3y^2 + x$ в точке $M = (-0,98; 2,03)$, заменив приращение функции ее дифференциалом, и оцените относительную погрешность, возникающую при такой

	замене. 7. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{y}\right)$ в точке $M_0 = \left(1, 1, \frac{\pi}{4}\right)$. 8. Вычислите значение производной функции $z = x^y$, где $x = e^t$, $y = \ln t$, $t_0 = 1$, с точностью до двух знаков после запятой. 9. Вычислите значения производных функции $z = x^y$, где $x = \sin u$, $y = \cos v$, $u_0 = \frac{\pi}{2}$, $v_0 = 0$, с точностью до двух знаков после запятой. 10. Найдите производные неявно заданной функции $\frac{z}{xy} = z^3$. 11. Исследуйте на экстремум функцию $z = (2x - x^2)(2y - y^2)$. 12. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 8$ в области D, ограниченной линиями $x = 0$, $y = 0$, $x + y - 1 = 0$.
РАЗДЕЛ 7. КРАТНЫЕ И КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ Тема 1. Двойной интеграл Тема 2. Криволинейные интегралы	1. В данном повторном интеграле $\int_{-6}^{-3} dy \int_0^{\sqrt{36-y^2}} f(x, y) dx + \int_{-3}^0 dy \int_0^{\sqrt{-12y-y^2}} f(x, y) dx$ измените порядок интегрирования. Изобразите область интегрирования. 2. Вычислите $\int_0^1 dy \int_{y\sqrt{y}}^{2-\sqrt{y}} dx$. 3. Вычислите $\iint_D (2x - y) dx dy$, где область D ограничена линиями $y = x^2$, $y = x$, $x = 1$, $x = 2$. 4. Вычислите $\iint_D y dx dy$, где область D ограничена линиями $y^2 - 2y + x^2 = 0$, $y^2 - 4y + x^2 = 0$, $y = \frac{x}{\sqrt{3}}$, $y = x\sqrt{3}$. 5. Вычислите площадь фигуры D, ограниченной линиями $y = x$, $y = -1 + 2x^2$. 6. Вычислите площадь фигуры D, ограниченной линиями $y^2 - 6y + x^2 = 0$, $y^2 - 10y + x^2 = 0$, $y = x$, $x = 0$. 7. Вычислите массу пластины D, ограниченной кривыми $x = 2$,

	$y = 0$ ($y \geq 0$), $y^2 = \frac{x}{2}$, если $\mu(x, y) = \frac{7x^2}{2} + 8y$ – поверхностная плотность. 8. Вычислить массу пластины D, ограниченной данными кривыми $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 16$, $x = 0$, $y = 0$ ($x \geq 0$, $y \geq 0$), где $\mu = \frac{3y + x}{x^2 + y^2}$ – поверхностная плотность. 9. Вычислите криволинейный интеграл $\int_L (y\sqrt{x} + y^2 + 2x)dl$, где L – отрезок прямой, заключенный между точками $A = (0, 0)$ и $B = (2, 1)$. 10. Вычислите криволинейный интеграл $\int_L (x^2 + y^2)dl$, где L – часть кривой, заданной параметрическими уравнениями $x = t^2 \cos t - 2t \sin t$, $y = t^2 \sin t + 2t \cos t$ ($0 \leq t \leq \pi$). 11. Вычислите криволинейный интеграл $\int_L \sqrt{x^2 + y^2} dl$, где L – кривая, заданная в полярных координатах ($x = \rho \cos \varphi$, $y = \rho \sin \varphi$) уравнением $\rho = 2 \sin \varphi$. 12. Вычислите $\int_L \frac{dx + dy}{\sqrt{x^2 + y^2}} + z dz$, где L – часть кривой, заданной параметрическими уравнениями $x = e^t \cos t$, $y = e^t \sin t$, $z = e^t$ ($0 \leq t \leq \pi$). 13. Вычислите криволинейный интеграл $\oint_L (y^2 - x^2)dx + (y - x)^2 dy$, где L – контур треугольника с вершинами $A = (2, 2)$, $B = (2, 5)$, $C = (-1, -1)$, пробегаемый против хода часовой стрелки, двумя способами: непосредственным подсчетом, используя определение криволинейного интеграла, и с помощью формулы Грина. 14. Вычислите криволинейный интеграл $\int_{(3,0)}^{(2,1)} (x^2 - 2y)dx + (1 + y^2 - 2x)dy$, убедившись, что он не зависит от пути интегрирования, соединяющего точки $(3, 0)$ и $(2, 1)$. 15. Найдите функцию $F(x, y)$, если $dF = \left(\sin y - y \sin x + \frac{1}{x} \right) dx + \left(x \cos y + \cos x - \frac{1}{y} \right) dy$. 16. Вычислите массу дуги кривой $y = 2 \ln \left(\frac{4}{4 - x^2} \right)$, где $0 \leq x \leq 1$, если ее плотность в каждой точке равна $\mu(x, y) = x$.
РАЗДЕЛ 8. РЯДЫ Тема 1. Числовые ряды Тема 2. Функциональные ряды	1. Найдите сумму ряда $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{90}{4n^2 + 8n - 5}$. 2. Исследуйте сходимость рядов: а) $\sum_{n=1}^{+\infty} n^2 \left(e^{\frac{1}{2n^3}} - 1 \right)$; б) $\sum_{n=1}^{+\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}$; в)

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n n!}{n^n}; \quad \text{г)} \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\arcsin \frac{n+3}{2n+5} \right)^n; \quad \text{д)} \sum_{n=1}^{+\infty} n^7 \left(\frac{9}{10} \right)^n; \quad \text{е)} \sum_{n=1}^{+\infty} n \left(\frac{2n^3+n}{3n^3-1} \right)^{n^2}; \quad \text{ё)}$$

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^2}{(n^3+2)\ln^2 n}; \quad \text{ж)} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(5n+8)\ln^3(5n+8)}; \quad \text{з)} \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{(n+1)n}; \quad \text{и)}$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^{n^2}.$$

3. Вычислите сумму ряда $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$ с точностью $\varepsilon = 0,01$.

4. Найдите области сходимости функциональных рядов: а)

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{(2n-1)^2}; \quad \text{б)} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{6^n}{n^2(x^2-2x+6)^n}.$$

5. Найдите области сходимости степенных рядов: а) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-2)^n}{2^n}$; б)

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-3)^{2n+1}}{\sqrt[3]{n}}.$$

6. Разложите в ряд Маклорена функцию $f(x) = \cos \frac{2x^3}{3}$.

7. Разложите в ряд Тейлора функцию $f(x) = 2x^3 + x^2 - 4x$, если $x_0 = -2$.

8. Разлагая подынтегральную функцию в ряд Маклорена и интегрируя его почленно, найдите разложение в ряд интеграла $\int \sqrt{x} e^x dx$.

9. Вычислите с точностью ε : а) $\sqrt[6]{738}$, при $\varepsilon = 0,001$; б) $\int_0^1 \cos \sqrt{x} dx$, при $\varepsilon = 0,0001$.

10. Разложите в ряд Фурье периодическую (с периодом 2π) функцию $f(x) = \begin{cases} x, & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ 2x, & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$

11. Разложите в ряд Фурье периодическую (с периодом 4) функцию $f(x) = \begin{cases} 1+x, & \text{при } -2 < x \leq 0, \\ -1, & \text{при } 0 < x \leq 2. \end{cases}$

12. Разложите в ряд Фурье функцию $f(x) = x^2$ на отрезке $[-\pi; \pi]$.

	13. Разложите в ряд Фурье функцию $f(x) = -x$ на отрезке $[-2; 2]$.
РАЗДЕЛ 10. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка Тема 2. Дифференциальные уравнения второго и более высоких порядков Тема 3. Системы линейных дифференциальных уравнений	1. С помощью метода изоклин приближенно постройте несколько интегральных кривых уравнения $y' = x - y^2$. 2. Покажите, что данная функция является решением данного дифференциального уравнения: а) $y = \ln \cos x$, $y' = -\operatorname{tg} x$; б) $x^2 - xy + y^2 = C$, $(x - 2y)y' - 2x + y = 0$. 3. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши: а) $y' = (1 + x^2)(4 + y^2)$; б) $2x^2 yy' + y^2 = 2$, $y(-1) = 2$; в) $xydx + (x + 1)dy = 0$, $y(0) = 1$. 4. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши: а) $xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x}$; б) $xy' - y = (x + y) \ln \left(\frac{x + y}{x} \right)$; в) $(2x - 4y + 6)dx + (x + y - 3)dy = 0$, $y(0) = 0$. 5. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши: а) $x(y' - x \cos x) = y$; б) $xy' + (x + 1)y = 3x^2 e^{-x}$; в) $xy' + y - e^x = 0$, $y(1) = 2$. 6. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши: а) $2xydx + (x^2 - y^2)dy = 0$, $y(0) = 0$; б) $2xy \ln y dx + (x^2 + y^2 \sqrt{y^2 + 1})dy = 0$; в) $(3x^2 + 6xy^2)dx + (6x^2 y + 4y^3)dy = 0$. 7. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши: а) $y'' = xe^{x^2} + 3^{-x}$; б) $y'' = (x^2 + 7x + 9)e^x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 4$; в) $x^2 y'' = y'^2$; г) $y'' = 2yy'$; д) $xyy'' - xy'^2 = yy'$, $y(1) = e$, $y'(1) = 2e$. 8. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши: а) $y'' - 3y' - 10y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = \frac{1}{2}$; б) $y'' - 4y' + 4y = 0$; в) $y'' - 2y' + 2y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$. 9. Найдите общие решения дифференциальных уравнений: а)

	$y'' + y' = 12x^2$; б) $y'' - 3y' + 2y = (x^2 + x)e^{3x}$; в) $y'' + 9y = 2x \sin x + xe^{3x}$. 10. Найдите общие решения дифференциальных уравнений: а) $y'' + y = \frac{1}{\sin x}$; б) $y'' + 4y = 2 \operatorname{tg} x$; в) $y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}$.
Подготовка к промежуточной аттестации	Перечень вопросов к промежуточной аттестации

Таблица 3.2 - Методические указания, используемые при изучении дисциплины

№ п/п	Наименование указаний, пособий	Количество экземпляров
1	Методические указания по выполнению контрольной работы № 1 «Предел и непрерывность» / Сост. Емгушева Г.П., Исакова О.В. – МИИГАиК, 2020. – 23 с.	Эл.вид
2	Методические указания по выполнению контрольной работы № 2 «Дифференциальное исчисление функций одной переменной» / Сост. Маркарян Е.Г. – МИИГАиК, 2020. – 20 с.	Эл.вид
3	Методические указания по выполнению контрольной работы № 3 «Интегральное исчисление функций одной переменной» / Сост. Королева Т.М. – МИИГАиК, 2020. – 23 с.	Эл.вид
4	Методические указания по выполнению контрольной работы № 4 «Линейная алгебра» / Сост. Волковая Т.А., Чанга М.Е. – МИИГАиК, 2020. – 20 с.	Эл.вид
5	Методические указания по выполнению контрольной работы № 5 «Функции нескольких переменных» / Сост. Гонжа Е.А., Чанга М.Е. – МИИГАиК, 2020. – 20 с.	Эл.вид
6	Методические указания по выполнению контрольной работы № 6 «Кратные и криволинейные интегралы» / Сост. Гонжа Е.А., Исакова О.В. – МИИГАиК, 2020. – 20 с.	Эл.вид
7	Методические указания по выполнению контрольной работы № 7 «Ряды» / Сост. Аристархова А.В., Исакова О.В. – МИИГАиК, 2020. – 20 с.	Эл.вид
8	Методические указания по выполнению контрольной работы № 8 «Дифференциальные уравнения» / Сост. Королева Т.М., Маркарян Е.Г. – МИИГАиК, 2020. – 20 с.	Эл.вид
9	Методические указания по выполнению контрольной работы № 9 «Численные методы» / Сост. Емгушева Г.П., Улымжиев М.Д. – МИИГАиК, 2020. – 20 с.	Эл.вид

3.1. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение обучающимся учебной дисциплины «Математика» предполагает изучение материалов дисциплины на аудиторных занятиях и в ходе самостоятельной работы. Аудиторные занятия проходят в форме лекций и

практических занятий. Самостоятельная работа включает разнообразный комплекс видов и форм работы обучающихся.

Самостоятельная работа студентов (СРС) позволяет предметно выработать аналитические навыки, обеспечить понимание теории и практики, более осознанно относиться к уровню своей профессиональной подготовки. СРС способствует развитию их мыслительной деятельности, обеспечивает усвоение определенного учебного материала и предоставляет необходимую подготовку для решения конкретных практических задач, входящих в их будущие профессиональные обязанности. СРС направлена на обеспечение индивидуализации при изучении курса, на развитие способностей и возможностей, на персонификацию контроля за качеством обучения.

При подготовке к практическим занятиям, руководствуясь планом и списком рекомендуемой литературы, необходимо изучить тему так, чтобы по каждому из предложенных вопросов студент мог дать развернутый, обстоятельный ответ.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов включает:

- Работа над конспектом лекции
- Подготовка к практическому занятию
- Доработка конспекта лекции с применением учебника, методической литературы, дополнительной литературы
- Подбор, изучение, анализ и конспектирование рекомендованной литературы
- Самостоятельное изучение отдельных тем, параграфов
- Подготовка к экзамену

Для успешного освоения учебной дисциплины и достижения поставленных целей необходимо внимательно ознакомиться настоящей рабочей программы учебной дисциплины. Ее может представить преподаватель на вводной лекции или самостоятельно обучающийся использует информацию на официальном Интернет-сайте Университета.

Следует обратить внимание на список основной и дополнительной литературы, которая имеется в электронной библиотечной системе IPRBooks, на предлагаемые преподавателем ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет. Эта информация необходима для самостоятельной работы обучающегося.

Алгоритм деятельности преподавателя и студентов

Этапы деятельности	Содержание деятельности	
	Преподаватель	Студент
Подготовка: определение темы, цели и задач задания	Мотивирует, помогает студенту в постановке коммуникативных задач	Определяет и обсуждает с преподавателем актуальность проблемы; выдвигает совместно с преподавателем гипотезу исследования
Планирование: – определение источников, способов сбора, анализа	Корректирует в случае необходимости деятельность студента,	Формулирует задачи и разрабатывает план действий; обсуждает с

Этапы деятельности	Содержание деятельности	
	Преподаватель	Студент
информации, способов представления результатов; – установление критериев оценки результата и процесса	предлагает идеи, высказывает предположения	преподавателем методы исследования
Сбор информации: наблюдение, работа со справочной литературой, нормативно-правовой, учебной, научной и др.	Наблюдает за деятельностью студента, осуществляя руководство этой деятельностью	Собирает и систематизирует информацию по теме
Анализ информации, формулирование выводов	Корректирует деятельность студента, наблюдает, советует	Анализирует собранную информацию
Оформление работы, подготовка к представлению результатов	Консультирует в выполнении и оформлении работы	Оформляет конечные результаты
Представление задания	Оценивает результаты выполнения работы по заранее установленным критериям	Представляет результаты работы по заданию в формах письменного и устного представления
Подведение итогов, рефлексия и оценка	Оценивает усилия, использованные и неиспользованные возможности, творческий подход студента.	Участвует в коллективном обсуждении, определяет возможности для продолжения исследовательской деятельности

Методические рекомендации при работе над конспектом лекций

В ходе лекционных занятий необходимо вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в умении формулировать и получать математические факты. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Методические рекомендации студентам по самостоятельной работе над изучаемым материалом и при подготовке к практическим занятиям

Планы практических занятий, их тематика, рекомендуемая литература, цель и задачи ее изучения сообщаются преподавателем на вводных занятиях или в методических указаниях по данной дисциплине.

Прежде чем приступить к изучению темы, необходимо прокомментировать основные вопросы плана семинара. Такой подход преподавателя помогает студентам быстро находить нужный материал к каждому из вопросов, не задерживаясь на второстепенном.

Подготовка к практическом занятию включает 2 этапа:

1й – организационный;

2й - закрепление и углубление теоретических знаний.

На первом этапе студент планирует свою самостоятельную работу, которая включает:

- уяснение задания на самостоятельную работу;
- подбор рекомендованной литературы;
- составление плана работы, в котором определяются основные пункты предстоящей подготовки.

Составление плана дисциплинирует и повышает организованность в работе.

Второй этап включает непосредственную подготовку студента к занятию. Начинать надо с изучения рекомендованной литературы. Необходимо помнить, что на лекции обычно рассматривается не весь материал, а только его часть. Остальная его часть восполняется в процессе самостоятельной работы. В связи с этим работа с рекомендованной литературой обязательна. Особое внимание при этом необходимо обратить на содержание основных положений и выводов, объяснение явлений и фактов, уяснение практического приложения рассматриваемых теоретических вопросов. В процессе этой работы студент должен стремиться понять и запомнить основные положения рассматриваемого материала, примеры, поясняющие его, а также разобраться в иллюстративном материале.

Заканчивать подготовку следует составлением плана (конспекта) по изучаемому материалу (вопросу). Это позволяет составить концентрированное, сжатое представление по изучаемым вопросам.

В процессе подготовки к занятиям рекомендуется взаимное обсуждение материала, во время которого закрепляются знания, а также приобретается практика в изложении и разъяснении полученных знаний, развивается речь.

При необходимости следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале занятия студенты под руководством преподавателя более глубоко осмысливают теоретические положения по теме занятия, раскрывают и объясняют основные положения.

Записи имеют первостепенное значение для самостоятельной работы студентов. Они помогают понять построение изучаемого материала, выделить основные положения, проследить их логику и тем самым проникнуть в творческую лабораторию автора.

Ведение записей способствует превращению чтения в активный процесс, мобилизует, наряду со зрительной, и моторную память. Следует помнить: у студента, систематически ведущего записи, создается свой индивидуальный фонд подсобных материалов для быстрого повторения прочитанного, для мобилизации накопленных знаний. Особенно важны и полезны записи тогда, когда в них находят отражение мысли, возникшие при самостоятельной работе.

Важно развивать у студентов умение сопоставлять источники, продумывать изучаемый материал.

Большое значение имеет совершенствование навыков конспектирования у студентов.

Преподаватель может рекомендовать студентам следующие основные формы записи: план (простой и развернутый), выписки, тезисы.

Результаты конспектирования могут быть представлены в различных формах.

План – это схема прочитанного материала, краткий (или подробный) перечень вопросов, отражающих структуру и последовательность материала. Подробно составленный план не заменяет конспект.

Конспект – это систематизированное, логичное изложение материала источника. Различаются четыре типа конспектов:

- План-конспект – это развернутый детализированный план, в котором достаточно подробные записи приводятся по тем пунктам плана, которые нуждаются в пояснении.
- Текстуальный конспект – это воспроизведение наиболее важных положений и фактов источника.
- Свободный конспект – это четко и кратко сформулированные (изложенные) основные положения в результате глубокого осмысливания материала. В нем могут присутствовать выписки, цитаты, тезисы; часть материала может быть представлена планом.
- Тематический конспект – составляется на основе изучения ряда источников и дает более или менее исчерпывающий ответ по какой-то схеме (вопросу).

Ввиду трудоемкости подготовки к практическим занятиям преподавателю следует предложить студентам алгоритм действий, рекомендовать еще раз внимательно прочитать записи лекций и уже готовый конспект по теме занятия, тщательно продумать свое устное выступление.

На занятии каждый его участник должен быть готовым к ответам по всем поставленным в плане вопросам, проявлять максимальную активность при их рассмотрении. Ответ должен строиться свободно, убедительно и аргументировано. Преподаватель следит, чтобы ответ не сводился к репродуктивному уровню (простому воспроизведению текста), не допускается и простое чтение конспекта.

В заключение преподаватель, как руководитель, подводит итоги занятий. Он может (выборочно) проверить конспекты студентов и, если потребуется, внести в них исправления и дополнения.

Самостоятельная работа способствует сознательному усвоению, углублению и расширению теоретических знаний; формируются необходимые профессиональные умения и навыки и совершенствуются имеющиеся; происходит

более глубокое осмысление методов научного познания конкретной науки, овладение необходимыми умениями творческого познания.

Основными формами самостоятельной работы являются:

- конспектирование лекций и прочитанного источника;
- проработка материалов прослушанной лекции;
 - самостоятельное изучение программных вопросов, указанных преподавателем на лекциях и выполнение домашних заданий;
- обзор и обобщение литературы по интересующему вопросу;
- изучение научной литературы;
- подготовка к семинарским занятиям, зачетам и экзаменам;
- подготовка и защита реферата, электронных презентаций.

Рекомендации по оцениванию устных ответов студентов на семинарских занятиях и выполнении практических заданий.

С целью контроля и подготовки студентов к изучению новой темы в начале каждого практического занятия преподавателем проводится индивидуальный или фронтальный устный опрос по выполненным заданиям предыдущей темы.

Критерии оценки:

- правильность ответа по содержанию задания (учитывается количество и характер ошибок при ответе);
- полнота и глубина ответа (учитывается количество усвоенных фактов, понятий и т.п.);
- сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала);
- логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией);
- рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели);
- своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе);
- использование дополнительного материала (обязательное условие);
- рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов).

Оценка «5» ставится, если студент:

- 1) полно и аргументированно отвечает по содержанию задания;
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные;
- 3) излагает материал последовательно и правильно.

Оценка «4» ставится, если студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «5», но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет.

Оценка «3» ставится, если студент обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;
- 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;
- 3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.

Оценка «2» ставится, если студент обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «2» отмечает такие недостатки в подготовке студента, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.

Методические рекомендации по подготовке научных сообщений

Научное сообщение – творческая исследовательская работа, основанная, прежде всего, на изучении значительного количества научной и иной литературы по теме исследования. Другие методы исследования могут, конечно, применяться (и это должно поощряться), но достаточным является работа с литературными источниками и собственные размышления, связанные с темой.

Цель написания научного сообщения – привитие студенту навыков краткого и лаконичного представления собранных материалов и фактов в соответствии с требованиями, предъявляемыми к научным отчетам, обзорам и статьям.

При написании необходимо:

- изучить теоретическую литературу по предмету исследования;
- в развернутом виде представить историю и теорию вопроса;
- осветить основные положения темы сообщения;
- указать разные точки зрения на предмет исследования;
- обозначить свое видение проблемы изучения;
- сделать выводы по теме исследования;
- обозначить перспективу изучения проблемы;
- указать литературу по теме исследования;
- приложить глоссарий.

Подготовка сообщения подразумевает самостоятельное изучение студентом нескольких литературных источников (монографий, научных статей и т.д.) по определённой теме, не рассматриваемой подробно на лекции, систематизацию материала и краткое его изложение.

Работа должна быть графически и методически грамотно оформлена. При написании необходимо: а) отобрать учебную и научную литературу по вопросу исследования; б) составить план, в котором следует отразить: *введение*, в котором ставится цель и задачи исследования; *историю и теорию вопроса* (которая может являться составной частью введения или представлять самостоятельную главу); *основную часть работы*; *заключение*, в котором подводятся итоги исследования, а также освещается перспектива дальнейшего изучения проблемы, темы, вопроса;

список литературы, Интернет-ресурсы, глоссарий; приложение (таблицы, карты и др.) в) при описательном характере темы исследования необходимо осветить точки зрения на проблему ученых, выделить распространенный взгляд на существо проблемы, представить свою точку зрения.

Подготовка презентации по теме научного сообщения

Практические советы для создания эффективной структуры кадра и удобного восприятия при оформлении результатов работы в виде презентации:

- объекты, которые несут сравнительно самостоятельную, отличную от других информацию, следует графически разделить;
- объекты можно объединить, пользуясь единой формой, цветом, размером или заключением в рамку;
- при компоновке отдельных кадров необходимо следить, чтобы объекты располагались по всему полю кадра;
- главное содержание и компоненты кадра, расположенные в местах плохого восприятия, выделять эффективными способами: контрастный цвет; черная или цветная рамка; контрастный цвет, заключенный в черную рамку; увеличение размера объекта; не следует применять в кадре большое количество цветов, чтобы не создавать пестроты, которая утомляет зрение. Наименьшее утомление глаз вызывают желтый, желто-зеленый, зеленый и светлые ахроматические цвета. Если кадр рассматривается с близкого расстояния, цвета могут быть не очень насыщенными с примесью серого, а если кадр изучают с большого расстояния в пределах учебного кабинета, то необходимы яркие насыщенные тона; система окраски должна четко разграничивать отдельные части кадра.

Шкала оценивания презентации

Дескрипторы	Минимальный ответ	Изложенный, раскрытый ответ	Законченный, полный ответ	Образцовый, примерный, достойный подражания ответ
Раскрытие проблемы	Проблема не раскрыта. Отсутствуют выводы	Проблема раскрыта не полностью. Выводы не сделаны и/или выводы не обоснованы	Проблема раскрыта. Проведен анализ проблемы без привлечения дополнительной литературы. Не все выводы сделаны и/или обоснованы	Проблема раскрыта полностью. Проведен анализ проблемы с привлечением дополнительной литературы. Выводы обоснованы
Представление	Представляем	Представляем	Представляем	Представляемая

Дескрипторы	Минимальный ответ	Изложенный, раскрытый ответ	Законченный, полный ответ	Образцовый, примерный, достойный подражания ответ
е	ая информация логически не связана. Не использованы профессиональные термины	ая информация не систематизирована и/или не последовательна. Использован 1-2 профессиональный термин	ая информация систематизирована и последовательна. Использовано более 2 профессиональных терминов	информация систематизирована, последовательна и логически связана. Использовано более 5 профессиональных терминов
Оформление	Не использованы технологии Power Point . Больше 4 ошибок в представляемой информации	Использованы технологии Power Point частично. 3-4 ошибки в представляемой информации	Использованы технологии Power Point. Не более 2 ошибок в представляемой информации	Широко использованы технологии (Power Point). Отсутствуют ошибки в представляемой информации.
Нет ответов на вопросы	Только ответы на элементарные вопросы	Ответы на вопросы полные и/или частично полные	Ответы на вопросы полные с приведением примеров и/или пояснений	Нет ответов на вопросы
Итоговая оценка				

3.2. Задания на самостоятельную работу

Задания на самостоятельную работу по разделу 1

Цель: закрепить и актуализировать материал по школьной программе по теме «Основные элементарные функции и их графики»

Содержание:

1. Определение функции, способы ее задания, общие свойства.
2. Свойства основных элементарных функций.

3. Графическое представление основных элементарных функций.
4. Графики функций, содержащих модули.
5. Построение графиков функций путем переноса осей координат, растяжения и сжатия осей.

Срок выполнения: к 1 октября текущего года.

Ориентировочный объем сообщения: не менее пяти страниц.

Отчетность: конспект.

Метод оценки: пятибалльная.

Источники: обязательные: 1, 2, 3; дополнительные: см. список

Задания на самостоятельную работу по разделу 2

Цель: научиться использовать производную для исследования функций и построения их графиков

Содержание:

1. Проработка конспектов лекций, обязательной и дополнительной литературы с составлением конспекта.

2. Решение индивидуальных заданий с представлением полного исследования функций и их графического изображения, возможно применение компьютерной графики.

Срок выполнения: к 1 ноября текущего года.

Ориентировочный объем сообщения: не менее пяти страниц.

Отчетность: представление работы.

Метод оценки: пятибалльная.

Источники: обязательные: 1, 2, 3; дополнительные: см. список

Задания на самостоятельную работу по разделу 3

Цель: изучение табличных интегралов

Содержание:

1. Проработка конспектов лекций, обязательной и дополнительной литературы с составлением конспекта.

2. Составление расширенной таблицы интегралов.

Срок выполнения: к 1 декабря текущего года.

Ориентировочный объем сообщения: не менее пяти страниц.

Отчетность: представление работы.

Метод оценки: пятибалльная.

Источники: обязательные: 1, 2, 3; дополнительные: см. список

Задания на самостоятельную работу по разделу 4

Цель: изучить кривые второго порядка

Содержание:

1. Проработка конспектов лекций, обязательной и дополнительной литературы с составлением конспекта.

2. Решение индивидуальных заданий с построением графического изображения кривых второго порядка, возможно применение компьютерной графики.

Срок выполнения: к 1 марта текущего года.

Оrientировочный объем сообщения: не менее пяти страниц.

Отчетность: представление работы.

Метод оценки: пятибалльная.

Источники: обязательные: 1, 2, 3; дополнительные: см. список

Задания на самостоятельную работу по разделу 5

Цель: научиться решать системы линейных алгебраических уравнений, в том числе методами вычислительной математики

Содержание:

1. Проработка конспектов лекций, обязательной и дополнительной литературы с составлением конспекта.

2. Индивидуальные задания по решению СЛАУ, например, методом квадратного корня. Возможно решение с применением математических пакетов или сред программирования.

Срок выполнения: к 1 апреля текущего года.

Оrientировочный объем сообщения: не менее пяти страниц.

Отчетность: представление работы.

Метод оценки: пятибалльная.

Источники: обязательные: 1, 2, 3; дополнительные: см. список

Задания на самостоятельную работу по разделу 6

Цель: научиться решать задачи нахождения условного экстремума

Содержание:

1. Проработка конспектов лекций, обязательной и дополнительной литературы с составлением конспекта.

2. Решение индивидуальных заданий с представлением полного исследования функций.

Срок выполнения: к 1 мая текущего года.

Оrientировочный объем сообщения: не менее пяти страниц.

Отчетность: представление работы.

Метод оценки: пятибалльная.

Источники: обязательные: 1, 2, 3; дополнительные: см. список

Задания на самостоятельную работу по разделу 7

Цель: научиться использовать кратные интегралы при нахождении геометрических и физических величин

Содержание:

1. Проработка конспектов лекций, обязательной и дополнительной литературы с составлением конспекта.

2. Решение индивидуальных заданий с представлением полного исследования поставленной задачи по нахождению площадей, объемов, масс, статических моментов, моментов инерции, возможно применение компьютерной графики.

Срок выполнения: к 15 октября текущего года.

Ориентировочный объем сообщения: не менее пяти страниц.

Отчетность: представление работы.

Метод оценки: пятибалльная.

Источники: обязательные: 2, 4; дополнительные: см. список

Задания на самостоятельную работу по разделу 8

Цель: научиться применять степенные ряды в приближенных вычислениях значений функций, интегралов.

Содержание:

1. Проработка конспектов лекций, обязательной и дополнительной литературы с составлением конспекта.

2. Выполнение индивидуальных заданий по приближенным вычислениям.

Срок выполнения: к 15 апреля текущего года.

Ориентировочный объем сообщения: не менее пяти страниц.

Отчетность: представление работы.

Метод оценки: пятибалльная.

Источники: обязательные: 2, 4; дополнительные: см. список

Задания на самостоятельную работу по разделу 9

Цель: приближение решений дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.

Содержание:

1. Проработка конспектов лекций, обязательной и дополнительной литературы с составлением конспекта.

2. Выполнение индивидуальных заданий по решению дифференциальных.

Срок выполнения: к 15 мая текущего года.

Ориентировочный объем сообщения: не менее пяти страниц.

Отчетность: представление работы.

Метод оценки: пятибалльная.

Источники: обязательные: 2, 4; дополнительные: см. список

3.3 Оценка самостоятельной работы студентов бакалавриата (КСР)

Контроль самостоятельной работы (КСР) – вид контактной внеаудиторной работы обучающихся по образовательной программе. КСР осуществляется преподавателем по результатам отчетов студентов. Оценка КСР выставляется по пятибалльной системе в отдельную ведомость и учитывается при аттестации студентов по дисциплине в период зачетно-экзаменационной сессии.

3.4 Задания для самостоятельной работы

1. Определение функции, способы ее задания, общие свойства.
2. Свойства основных элементарных функций.
3. Графическое представление основных элементарных функций.
4. Графики функций, содержащих модули.
5. Построение графиков функций путем переноса осей координат, растяжения и сжатия осей.
6. Исследовать функцию с помощью первой и второй производных и построить ее график. Найти асимптоты.
7. Построить расширенную таблицу интегралов.
8. Построить кривые второго порядка.
9. Решить СЛАУ методом квадратного корня.
10. Найти условный экстремум функции $z=f(x,y)$.
11. Найти объем тела.
12. Найти массу плоской пластинки.
13. Вычислить приближенное значение функции с указанной точностью с помощью степенного ряда.
14. Вычислить приближенное значение определенного интеграла с указанной точностью с помощью степенного ряда.
15. Разложить произвольную функцию на указанном интервале в ряд Фурье.
16. Уравнения Клеро и Лагранжа.
17. Численное интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений.

3.5. Задачи

1. Вычислите пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 2x + 1}}{2x - 1}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 1}{x^4 - x^2 + x + 12}$; г) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 5x + 6} - x)$; е) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 5x}{\sin 3x}$; ё) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - x + 1}{2x^2 + 1} \right)^{x+2}$; ж) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 2x}{\ln \cos 5x}$; з) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 + \sin 3x - \cos 3x}$; и) $\lim_{x \rightarrow 2} \sin \frac{x-2}{2} \operatorname{tg} \frac{\pi x}{4}$.
2. Вычислите пределы, используя эквивалентные бесконечно малые: а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \operatorname{tg}^2 3x}{2x \arcsin x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \left(\frac{\sin x}{2} + 1 \right)}{e^{3x} - 1}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 5x}{7^x - e^{-x}}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{\sin x} - 1}{\ln(1 + \operatorname{arctg} 6x)}$; д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x \cdot (e^{\sin 3x} - 1)}{\sqrt{1 - \cos x} (\sqrt{1+x} - 1)}$; е) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\ln x}$; ё) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{1 + \cos 2\pi x}{\operatorname{tg}^2 2\pi x}$; ж) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin 3\pi x}{\sin 8\pi x}$; з) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \sin x \cos 3x}{1 + \sin x \cos 2x} \right)^{\frac{1}{\sin^3 x}}$; и) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x (\ln(x+3) - \ln x)$.
3. Исходя из определения односторонних пределов функции, докажите, что $\lim_{x \rightarrow 0-} 2^{\frac{1}{x}} = 0$.

4 Вычислите пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 0 \pm} \frac{1}{2 - 5^{\frac{1}{x}}}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1 \pm} \frac{x^2 - 1}{|x - 1|}$; в) $\lim_{x \rightarrow 1 \pm} \operatorname{arctg} \frac{1}{1 - x}$; г) $\lim_{x \rightarrow 2 \pm} f(x)$, если

$$f(x) = \begin{cases} |x - 1| - 1, & \text{при } x \leq 2, \\ \frac{x^2 - 2x}{x - 2}, & \text{при } x > 2; \end{cases} \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow 0 \pm} f(x), \text{ если } f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & \text{при } x < 0, \\ \sin x, & \text{при } x > 0. \end{cases}$$

5 Исследуйте данные функции на непрерывность, найдите точки разрыва, установите их род, найдите скачки в точках разрыва первого рода, доопределите функцию по непрерывности в

точках устранимого разрыва: а) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$; б) $f(x) = \operatorname{arccotg} \frac{1}{x}$; в) $f(x) = \begin{cases} |x|x, & \text{при } x < 2, \\ x + 2, & \text{при } x \geq 2; \end{cases}$

6. Найдите асимптоты графика функции $f(x) = \ln(4 - x^2)$.

7. Вычислите: а) $\cos 46^\circ 15'$; б) $\sqrt{16,28}$.

8. $\int \frac{\cos x - \sin x}{(1 + \sin x)^2} dx$; $\int \cos^5 x \sin^2 x dx$; $\int \frac{4 \operatorname{tg} x - 5}{4 \cos^2 x - \sin 2x + 1} dx$; $\int \sin 3x \sin 7x \cos 7x dx$.

9. $\int \frac{\sqrt[3]{x^2 - 5\sqrt{x}}}{2\sqrt[6]{x^2 + 4}} dx$; $\int \frac{4 + \sqrt[3]{\frac{x-1}{2}}}{x - 1 + \sqrt[3]{\left(\frac{x-1}{2}\right)^2}} dx$; $\int \frac{(12x^3 + 5x^2 - 2)dx}{\sqrt{x^2 + 5x + 4}}$; $\int \sqrt{16 - x^2} dx$.

10. Вычислите следующие интегралы:

а) $\int_1^5 \cos 5x dx$; $\int_0^9 e^{-\frac{8x}{9}} dx$; $\int_0^{\sqrt{3}} x^3 \sqrt{1 + x^2} dx$; $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x \sqrt{1 - \ln^2 x}}$;

б) $\int_{-3}^1 (4 - x) \cos \frac{x}{3} dx$; $\int_2^5 \ln \frac{x}{2} (3x + 2) dx$; $\int_0^1 (5 - 2x) e^{-\frac{x}{2}} dx$; $\int_0^1 x \cdot \operatorname{arctg} x dx$;

в) $\int_0^1 \frac{3x^4 + 3x^2 + 1}{x^2 + 1} dx$; $\int_2^3 \frac{2x^2 + 4}{x^3 - x^2 - x + 1} dx$; $\int_0^2 \frac{dx}{(x + 1)(x^2 + 4)}$; $\int_4^5 \frac{dx}{(x - 1)(x + 2)}$;

11. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y^2 = x$.

12. Вычислите площадь фигуры, ограниченной астроидой $\begin{cases} x = \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t. \end{cases}$

13. Вычислите площадь фигуры, ограниченной лемнискатой Бернулли $\rho = 3\sqrt{\cos 2\varphi}$.

14. Вычислите длину кривой $y = x^2$ на отрезке $[0; 2]$.

15. Вычислите скалярное произведение $(\bar{b} + 2\bar{a}) \cdot (\bar{c} + \bar{a})$ и $\sin(\angle \bar{a}, \bar{c})$, если $\bar{a} = 2\bar{i} - 2\bar{j} + \bar{k}$,

$\bar{b} = \bar{j} + 3\bar{k}$, $\bar{c} = 3\bar{i} + \bar{j} - 2\bar{k}$ в каноническом базисе $e_0 = (\bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$.

16. Вычислите модуль векторного произведения $[3\bar{a} - \bar{b}, 2\bar{c} + \bar{a}]$, если $\bar{a} = 2\bar{i} + 2\bar{j} - \bar{k}$, $\bar{b} = -\bar{j} - \bar{k}$, $\bar{c} = 5\bar{i} - 2\bar{k}$ в каноническом базисе $e_0 = (\bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$.

17. Вычислите смешанное произведение $(\bar{a}, \bar{b} - 2\bar{c}, \bar{a} - \bar{c})$, если $\bar{a} = \bar{i} - \bar{j} + 2\bar{k}$, $\bar{b} = \bar{i} - \bar{j} + 3\bar{k}$, $\bar{c} = \bar{i} - 2\bar{j} - 2\bar{k}$ в каноническом базисе $e_0 = (\bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$.

18. Пусть $A = (3, -1, 5)$, $B = (2, -1, 4)$, $C = (4, 0, 5)$, $D = (1, 0, 4)$ в некотором правом ортонормированном репере $(O, \bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$.

а) Напишите уравнение плоскости (ABC) .

б) Напишите канонические уравнения прямой l , проходящей через точку D перпендикулярно плоскости (ABC) .

в) Напишите канонические уравнения прямой m , проходящей через точку D параллельно прямой (AB) .

г) Вычислите расстояние от точки D до плоскости (ABC) .

д) Вычислите расстояние от точки D до прямой (AB) .

е) Вычислите расстояние между прямыми l и (AB) .

ё) Напишите уравнение плоскости π , проходящей через точку D параллельно плоскости (ABC) .

ж) Напишите уравнение плоскости α , проходящей через точку D перпендикулярно плоскости (ABC) .

з) Напишите параметрические и канонические уравнения прямой пересечения плоскостей π и (ABD) .

и) Найдите угол между плоскостями π и (ABD) .

й) Найдите угол между прямыми l и (CD) .

к) Найдите угол между прямой (AB) и плоскостью (CBD) .

19. Матричным методом решите системы: а) $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 4; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = -2, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6; \end{cases}$

20. Методом Крамера решите системы: а) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = -3, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 3, \\ -x_1 - x_2 + 3x_3 = 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6. \end{cases}$

21. Методом Гаусса решите системы:

$$a) \begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 21, \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 10, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 8, \\ 3x_1 + 5x_2 + 1x_3 + x_4 = 15, \\ 7x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 18; \end{cases} \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 5x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 0; \end{cases}$$

29. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{y}\right)$ в точке

$$M_0 = \left(1, 1, \frac{\pi}{4}\right).$$

30. Вычислите объем тела, ограниченного поверхностями $y = 2x$, $x + y + z = 2$, $x \geq 0$, $z \geq 0$.

31. Вычислите объем тела, ограниченного поверхностями $y = 2\sqrt{x}$, $x^2 + y^2 = 5$, $z = 0$, $z = 2x$.

32. Найдите функцию $F(x, y)$, если $dF = \left(\sin y - y \sin x + \frac{1}{x}\right)dx + \left(x \cos y + \cos x - \frac{1}{y}\right)dy$.

33. Вычислите массу дуги кривой $y = 2 \ln\left(\frac{4}{4-x^2}\right)$, где $0 \leq x \leq 1$, если ее плотность в каждой точке равна $\mu(x, y) = x$.

34. Исследуйте сходимость рядов: а) $\sum_{n=1}^{+\infty} n^2 \left(e^{\frac{1}{2n^3}} - 1\right)$; б) $\sum_{n=1}^{+\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}$; в) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$; г) $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\arcsin \frac{n+3}{2n+5}\right)^n$; д)

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^7 \left(\frac{9}{10}\right)^n; \text{ е) } \sum_{n=1}^{+\infty} n \left(\frac{2n^3 + n}{3n^3 - 1}\right)^{n^2}; \text{ ё) } \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^2}{(n^3 + 2) \ln^2 n}; \text{ ж) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(5n+8) \ln^3(5n+8)};$$

35. Найдите общие решения дифференциальных уравнений: а) $y'' + y' = 12x^2$; б) $y'' - 3y' + 2y = (x^2 + x)e^{3x}$; в) $y'' + 9y = 2x \sin x + xe^{3x}$.

36. Найдите общие решения дифференциальных уравнений: а) $y'' + y = \frac{1}{\sin x}$; б) $y'' + 4y = 2 \operatorname{tg} x$; в)

$$y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}.$$

3.6 Тесты

1. Найдите область определения функции $f(x) = \sin\left(\frac{x+3}{x^2-5x+6}\right)$

- $(-\infty; +\infty)$
 $(-\infty; -3) \cup (-3; -2) \cup (-2; +\infty)$
 $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$
 $(-\infty; 2) \cup (2; 3) \cup (3; +\infty)$ (верный)
 $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$

1. Предел последовательности $x_n = \frac{1+2+3+\dots+n}{2n^2+1}$ равен

- 1/2
- 1/4 (верный)
- 1
- 0
- 2

3. Значение $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}}{4 \sin x^2}$ равно

- 0
- ∞
- 1/2
- 1/4 (верный)
- 2

4. Значение $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x - \sin x + 1}{\cos x + \sin x - 1}$ равно

- 1 (верный)
- 2
- 1/2
- 1
- 2

5. Значение $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1} \right)^x$ равно

- 1
- e (верный)
- e^2
- 1/e
- e^{-2}

6. Произведение односторонних пределов функции

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & x \leq 2 \\ -2x + 1, & x > 2 \end{cases} \text{ при } x \rightarrow 2 \text{ равно}$$

- 9
- 2,4
- 9 (верный)
- 4
- 0

7. Функция $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x-2}{x-1}, & x \neq 1 \\ a, & x = 1 \end{cases}$ непрерывна на всей числовой оси, если a равно

- 0
- 2
- 3 (верный)
- 2
- 3

8. Значение производной функции $y = \ln \sin(2x + 4)$ в точке $x_0 = 0$ равно

$-2 \operatorname{ctg} 4$

$2 \operatorname{tg} 4$

$2 \operatorname{ctg} 4$ (верный)

$-2 \operatorname{tg} 4$

$2 \operatorname{ctg} 2$

9. Производная $\frac{dy}{dx}$ функции $\begin{cases} x = \sin 5t \\ y = \cos \frac{t}{2} \end{cases}$, заданной параметрически, равна

$\frac{\sin 5t}{5 \cos \frac{t}{2}}$

$5 \cos \frac{t}{2}$

$-\frac{\cos \frac{t}{2}}{\sin 5t}$

$-\frac{\sin 5t}{\sin \frac{t}{2}}$

$-\frac{10 \cos 5t}{10 \cos t}$ (верный)

$-\frac{10 \cos 5t}{10 \cos t}$

$\frac{\sin t}{5 \sin 5t}$

$\frac{\sin t}{\cos \frac{t}{2}}$

10. Результат линеаризации функции $y = (x + 2)e^{-x^2+x}$ в точке $x_0 = 0$ имеет вид

$2 - 3x$

$2 + 3x$ (верный)

$1 + 3x$

$2 - x$

$2 + x$

11. Интеграл $\int x e^{2x} dx$ равен:

$\frac{1}{2} e^{2x} (x + 1) + C$

$\frac{1}{2} e^{2x} (x - 1) + C$

$e^{2x} (x + 1) + C$

$e^{2x} (x - 1) + C$

$\frac{1}{2} e^{2x} \left(x - \frac{1}{2} \right) + C$ (верный)

$$\frac{1}{x^2 + 2x + 5}$$

12. Если $F(x)$ -первообразная для функции $\frac{1}{x^2 + 2x + 5}$, и $F(-1)=0$, то $F(1)$ равно:

$\frac{\pi}{8}$ (верный)

$\frac{\pi}{4}$

$-\frac{\pi}{4}$

2

1

13. Значение интеграла $\int_e^{e^2} \frac{\ln x}{x} dx$ равно ...

1. $1/2$

2. 1

3. $3/2$ (верный)

4. 2

5. $4/3$

14. Значение интеграла $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x e^{\sin x} dx$ равно ...

1. $e + 1$

2. $2e - 4$

3. $2e - 3$

4. $2e - 5$

5. $e - 1$ (верный)

15. Даны векторы $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} - 8\vec{k}$, $\vec{b} = -4\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$ и $\vec{c} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 12\vec{k}$.

Проекция вектора $\vec{a} - 2\vec{b}$ на ось вектора $\vec{c}$ равна

1) -2 (верный)

2) -3

3) 1

4) 2

5) 3

16. Если $|\vec{a}|=\sqrt{3}$, $|\vec{b}|=1$, а угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 60° , то площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} - \vec{b}$ и $2\vec{a} + \vec{b}$, равна

- 1) 4(кв.ед)
- 2) 4,5(кв.ед)(верный)
- 3) 5(кв.ед)
- 4) 5,5(кв.ед)
- 5) 6(кв.ед)

17. Найдите косинус угла между прямыми $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-5}{5}$ и $\begin{cases} x = 5t + 4 \\ y = -2t \\ z = -t + 1 \end{cases}$

1. 0,1 (верный)
2. 0,2
3. 0,3
4. 0,15
5. 0,25

18. Поверхность, заданная уравнением $x^2 - 2y^2 + z^2 = 0$ представляет собой

1. эллипсоид
2. параболоид
3. гиперболоид
4. конус (верный)
5. цилиндр

19. Найти матрицу $2A - B$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

1) $\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 7 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 1 & 7 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

2)

3) $\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 0 & 7 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ (верный)

$$\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 7 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

4)

$$\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 7 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

5)

20. С помощью обратной матрицы решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -6 & 1 \\ 14 & 11 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

1)

2) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ (верный)

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

3)

$$\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

4)

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$$

5)

3.7. Задания для подготовки к занятиям семинарского типа

Занятия семинарского типа для студентов очной формы обучения

Раздел 1. Введение в математический анализ

Цель и задачи: актуализировать понятие функции; изучить понятие предела и технику вычисления пределов; пояснить суть понятия непрерывности функции в точке и на промежутке, а также понятие точки разрыва.

Вопросы для обсуждения:

1. Функция и ее свойства.

2. Предел функции. Предел последовательности. Первый и второй замечательные пределы.

3. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва.

Задания для самостоятельной работы: п.3.4, 1–5.

Задания: таблица 3.1, 1–16.

Источники: обязательные: 1, 2, 3; дополнительные: см. список

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

Цель и задачи: изучить понятие производной, овладеть техникой дифференцирования, а также приложениями производной к исследованию функций.

Вопросы для обсуждения:

1. Производная и ее геометрический смысл.
2. Основные правила дифференцирования.
3. Понятие дифференциала и линеаризации функции.
4. Производные и дифференциалы высших порядков.
5. Основные теоремы дифференциального исчисления.
6. Исследование функций с помощью производной.

Задание для самостоятельной работы: п.3.4, 6.

Задания: таблица 3.1, 1–9.

Источники: обязательные: 1, 2, 3; дополнительные: см. список

Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной

Цель и задачи: изучить основные приемы интегрирования, овладеть навыками вычисления определенного интеграла и его приложениями

Вопросы для обсуждения:

1. Первообразная и неопределенный интеграл.
2. Простейшие приемы интегрирования.
3. Формула интегрирования по частям.
4. Интегрирование алгебраических дробей.
5. Интегрирование тригонометрических функций.
6. Определенный интеграл и его геометрический смысл. Формула Ньютона–Лейбница и другие методы вычисления определенного интеграла.
7. Приложения определенного интеграла.

Задания для самостоятельной работы: п.3.4, 7.

Задания: таблица 3.1, 1–17.

Источники: обязательные: 1, 2, 3; дополнительные: см. список

Раздел 4. Векторная алгебра и аналитическая геометрия

Цель и задачи: актуализировать понятие вектора, освоить координатные метод для вычисления скалярного, векторного и смешанного произведений векторов. Применить элементы векторной алгебры при составлении уравнений прямой и плоскости.

Вопросы для обсуждения:

1. Векторы и действия с ними.
2. Прямая на плоскости.
3. Плоскость и прямая в пространстве.
4. Кривые второго порядка.

Задания для самостоятельной работы: п.3.4, 8.

Задания: таблица 3.1, 1–7.

Источники: обязательные: 1, 2, 3; дополнительные: см. список

Раздел 5. Элементы линейной алгебры

Цель и задачи: изучить аппарат линейной алгебры и применить его при решении СЛАУ.

Вопросы для обсуждения:

1. Матрицы и действия с ними.
2. Определители.
3. Обратная матрица. Решение матричных уравнений.
4. Решение СЛАУ.

Задания для самостоятельной работы: п.3.4, 9.

Задания: таблица 3.1, 1–14.

Источники: обязательные: 1, 2, 3; дополнительные: см. список

Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Цель и задачи: обобщение понятий производной и дифференциала на функцию нескольких переменных. Использование аппарата частных производных в геометрических приложениях.

Вопросы для обсуждения:

1. Частные производные первого и высших порядков.
2. Дифференциалы первого и высших порядков.
3. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.
4. Исследование функции на экстремум.
5. Геометрические приложения.

Задания для самостоятельной работы: п.3.4, 10.

Задания: таблица 3.1, 1–12.

Источники: обязательные: 1, 2, 3; дополнительные: см. список

Раздел 7. Кратные и криволинейные интегралы

Цель и задачи: обобщение понятия определенного интеграла на функцию нескольких переменных. Использование аппарата кратного интегрирования в геометрических и физических приложениях. Криволинейные интегралы и их приложения

Вопросы для обсуждения:

1. Двойной интеграл, свойства, способы его вычисления и приложения.
2. Криволинейный интеграл первого рода и его приложения.
3. Криволинейный интеграл второго рода и его приложения. Формула Грина.

Задания для самостоятельной работы: п.3.4, 11–12.

Задания: таблица 3.1, 1–16.

Источники: обязательные: 2, 4; дополнительные: см. список

Раздел 8. Ряды

Цель и задачи: актуализировать понятие числового ряда, изучить свойства числовых и функциональных рядов, применить степенные ряды в приближенных вычислениях.

Вопросы для обсуждения:

1. Числовой ряд. Необходимый признак сходимости.
2. Знакоположительные числовые ряды. Признаки сходимости.
3. Знакопеременные числовые ряды. Признаки сходимости.
4. Функциональные и степенные ряды. Область сходимости.
5. Ряды Фурье. Теорема Дирихле.

Задания для самостоятельной работы: п.3.4, 13–15.

Задания: таблица 3.1, 1–13.

Источники: обязательные: 2, 4; дополнительные: см. список

Раздел 9. Дифференциальные уравнения

Цель и задачи: ввести дифференциальные уравнения как аппарат описания физических и эволюционных процессов.

Вопросы для обсуждения:

1. Дифференциальные уравнения первого порядка.
2. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
3. Теория решений линейных дифференциальных уравнений высших порядков.
4. Решение линейных уравнений с постоянными коэффициентами.
5. Решение систем линейных уравнений.

Задания для самостоятельной работы: п.3.4, 16–17.

Задания: таблица 3.1, 1–10.

Источники: обязательные: 2, 4; дополнительные: см. список

4. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Математика» включает:

- перечень компетенций, планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы и этапы их формирования;
- описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования;
- описание шкал оценивания;

- критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций;
- методические материалы, определяющие процедуры оценивания;
- типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения (промежуточной аттестации) по дисциплине, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции(ий).

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математика» представлен в приложении 1.

5. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1 – Основная и дополнительная литература

№	Наименование и полное библиографическое описание	Количество экземпляров в библиотеке
Основная литература		
1	Волковая Т.А., Маркарян Е.Г. Математика, общий курс. Часть 1. – М.: МИИГАиК, 2021. – 336 с.	Эл. вид
2	Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике (полный курс). – М.: Айрис пресс, 2005–2008. – 603 с.	1400
3	Данко Л.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1 – М.: Оникс, 21 век, Мир и Образование, 2003–2012. – 304 с.	950
4	Данко Л.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 2 – М.: Оникс, 21 век, Мир и Образование, 1999–2007. – 409 с.	630
Дополнительная литература		
1	Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Т.1. – М.: Интеграл-пресс, 2001–2006.	1500
2	Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Т.2. – М.: Интеграл-пресс, 2001–2002.	700

6. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1 – Описание информационных ресурсов необходимых для освоения дисциплины

№	Адрес сайта и его	Перечень материалов, представленных на сайте
---	-------------------	--

	описание	
1.	https://sdo.miigaik.ru – Система дистанционного обучения МИИГАиК	Система дистанционного обучения МИИГАиК
2.	https://www.iprbookshop.ru/ IPR BOOKS	Электронная библиотечная система

7. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

При осуществлении образовательного процесса студентами и профессорско-преподавательским составом используются следующее программное обеспечение: Open Office, Mind, Zoom.

На практических занятиях студенты представляют работы, при подготовке которых могут применяться Open Office, Octave, Geogebra, R, RStudio в часы самостоятельной работы.

Информационные технологии:

- сбор, хранение, систематизация и выдача учебной и научной информации;
- обработка текстовой, графической и эмпирической информации;
- подготовка, конструирование и презентация итогов исследовательской и аналитической деятельности;
- самостоятельный поиск дополнительного учебного и научного материала, с использованием поисковых систем и сайтов сети Интернет, электронных энциклопедий и баз данных;
- использование электронной почты преподавателей и обучающихся для рассылки, переписки и обсуждения возникших учебных проблем.

Информационные справочные системы

В ходе реализации целей и задач по дисциплине обучающиеся могут при необходимости использовать возможности информационно-справочных систем, электронных библиотек и архивов.

Информационно-справочные и информационно-правовые системы:

- Электронно-библиотечные системы (ЭБС): IPR BOOKS.

8. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Для материально-технического обеспечения дисциплины «Математика» используются: аудитории университета с выходом в Интернет, лекционные и семинарские занятия проводятся с применением видеопроектора, интерактивной доски и компьютерных технологий.

